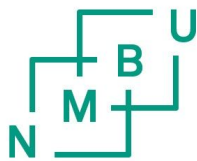


Fagrapport (Utkast til MINA rapport)

Karakterisering av nøyaktigheten på bestandsdata i skogbruksplanen

Hans Ole Ørka, Terje Gobakken og Erik Næsset

Fakultet for miljøvitenskap og naturforvaltning (MINA), Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU)



Innhold

Forord	2
Innledning	3
Del 1. Metoder for bestemmelse av nøyaktighet på bestandsnivå	5
Arealbasert lasertakst	5
Utvalg og estimering	7
Bestandsestimering og sikkerhetskomponenter	9
Usikkerhet knyttet til modellprediksjonene (PRE)	10
Usikkerhet knyttet til residualvarians (RES)	12
Usikkerhet knyttet til residualenes romlige kovarians (SPA)	13
Usikkerhet knyttet til bestandseffekten (STA)	14
Del 2. Empirisk evaluering av nøyaktighet på bestandsnivå	16
Bakgrunn	16
Studieområder	16
Metoder	17
Resultater og diskusjon	18
Usikkerhet knyttet til modellprediksjonene (PRE)	18
Usikkerhet knyttet til residualfeil	21
Usikkerhet romlig korrelasjon (SPA)	22
Usikkerhet knyttet til bestandseffekt (STA)	26
Konklusjon	26
Del 3. Demonstrasjon av nøyaktighet på bestandsnivå	27
Introduksjon	27
Framstillingsformer av usikkerhet i skogbruksplan	27
Materiale	32
Studieområde	32
Laserdata	32
Feltdata	32
Metoder	33
Areal-basert lasertakst	33
Beregning av usikkerhet	33
Brukerevaluering	33
Resultater og diskusjon	34
Demonstrasjon av nøyaktighetsberegning	34
Brukerevaluering	38
Konklusjon	39
Kilder	39

Forord

Denne rapporten presenterer resultatene fra prosjektet “Karakterisering av nøyaktigheten på bestandsdata i skogbruksplanen”, som ble utført i perioden 2016-2020. Prosjektet er finansiert av Utviklingsfondet for skogbruket og Skogtiltaksfondet og egeninnsats fra partnerne. Prosjektpartnere var Allskog SA, AT Skog SA, Glommen-Mjøsen Skog SA, NORSKOG, Statskog og Viken Skog SA. Glommen-Mjøsen Skog SA har vært prosjekteier og Fakultet for miljøvitenskap og naturforvaltning ved NMBU har hatt faglig prosjektledelse. Takk til Karin Hägg (Eidsvoll allmenning), Aleksander Wogstad, Geir Korsvold og Vegard Lien (alle Glommen-Mjøsen Skog SA) for innspill og tilbakemelding om hvordan nøyaktighet på kan framstilles og brukes i skogbruksplanen. Videre en takk til Svein Dypsund (Viken Skog SA) for tanker om nøyaktighet i skogbruksplanlegging og Liviu T. Ene (Skogforsk, Sverige) for gode diskusjoner.

Innledning

Skogbruksplanlegging i Norge baserer seg i dag i all hovedsak på såkalt lasertakst (Næsset 2014). Den første lasertaksten i internasjonal sammenheng ble påbegynt i Nordre Land kommune i 2002 (Næsset 2004), og med den ble det samtidig innført en metodikk som var vesentlig mer objektiv enn de tidligere relaskoptakster og fototakster som ble benyttet etter at skogbruksplanleggingen begynte å finne sin form i Norge på 1970-tallet.

Volum er kanskje den viktigste enkeltopplysning som framkommer i en skogbruksplan. Volum er en viktig variabel i mange av de beslutninger som fattes på en eiendom og i operativ planlegging, som f.eks. ved planlegging av avvirkning og ved utvikling av veiprosjekter. Ofte er det knyttet bonus til leveranse av avvirket volum som samsvarer med kontrakt. For skogeiers del er derfor pålitelighet av volumopplysninger i skogbruksplanen viktig. Det samme vil gjelde ved investeringer i veiprosjekter og ved verdiberegninger.

Nøyaktigheten i beregnet volum karakteriseres ofte ved den såkalte middelfeilen, som er et statistisk begrep. I prøveflatetakster, som f.eks. den nasjonale Landsskogtakseringen, har myndigheten satt krav til hvor nøyaktig estimatet for Norges samlede volum eller volumet i et fylke skal være. For store enkelteiendommer var det tidligere vanlig med prøveflatetakster for hele eiendommen. Særlig S50/NORSKOG benyttet slike takster på 1960-tallet og fremover. Slike takster ga grunnlag for å beregne middelfeilen for eiendommens samlede ressurser eller for ulike skogtyper (hogstklasser, boniteter osv.)

I skogbruksplanleggingen slik vi kjenner den i dag, er det enkelte bestand den fundamentale enheten i taksten og det oppgis volum på bestandsnivå. Det har ikke vært tradisjon for å angi nøyaktighet på volumet beregnet for det enkelte bestand. I stedet har det over tid vært gjennomført et betydelig antall kontrollmålinger («fasit») i utvalgte bestand – ofte ved totalklavinger, som lasertaksten har vært sammenliknet med (Næsset 2007; Gobakken et al. 2015). Dette har gitt erfaring for hvor nøyaktige bestandsdataene er på generelt grunnlag. Slike erfaringstall har til og med vært gitt som en produktgaranti for skogbruksplanen overfor skogeier. Slike generelle erfaringstall sier imidlertid lite om den faktiske nøyaktigheten i det enkelte bestand. Den faktiske nøyaktigheten kan forventes å variere mye med forholdene i det enkelte bestand (alder, bonitet, treslag, jevnhet etc.).

I andre land har det vært mer tradisjon for å angi nøyaktigheten av beregnet volum i det enkelte bestand. Unøyaktig informasjon vil ofte kunne føre til feilaktige beslutninger og tap av penger (Eid et al. 2004). Informasjon om nøyaktigheten er en rasjonell måte å angi i hvilken grad man kan stole på oppgitt informasjon om volum, eller om det kan være grunn til å kontrollere informasjon i felt før viktige beslutninger skal fattes, som f.eks. avvirkning.

I de senere år er det utviklet såkalte statistiske estimatorer – teoretisk utledede formler – som kan benyttes for å beregne nøyaktigheten av beregnet volum på bestandsnivå når taksten er gjennomført som en lasertakst eller eventuelt som en takst basert på matching av digitale flybilder. Slike formler bygger imidlertid på en del teoretiske forutsetninger som i større eller mindre grad vil være oppfylt i praksis (Breidenbach et al. 2016). Før man kan legge slike regneformler for nøyaktighet inn i de operasjonelle produksjonslinjene for skogbruksplaner hos planinstitusjonene, må formlene testes i praksis for å se om de

beregner den sanne (men ukjente) nøyaktigheten på en god måte. Slik testing har til nå kun vært utført på data som har liten praktisk relevans. Testdata av denne art er svært kostnadskrevenende å samle inn. Det er derfor viktig å utføre slik testing. Dette prosjektet baserer seg på store testdatasett som har blitt innsamlet i andre prosjekt over en 15-års periode.

Et viktig spørsmål er knyttet til framstillingsformen av informasjon om nøyaktighet i skogbruksplaner. Man kan selvsagt oppgi middelfeilen direkte i det enkelte bestand som et absolutt tall – på lik linje med f.eks. opplysninger om volum pr. dekar. En annen framstilling kan være i form av tematiske kart over eiendommen som signaliserer nivået på nøyaktighet på en enkel og intuitiv måte (f.eks. fargekoding på bestandsnivå av nøyaktigheten i beregnet bestandsvolum; “rødt” – lav nøyaktighet, “gult” – middels nøyaktighet, “grønt” – høy nøyaktighet). Det er viktig at informasjon om nøyaktighet formidles på en hensiktsmessig måte, og dette vil vi demonstrere i prosjektet.

Hovedmålet med dette prosjektet har derfor vært å utvikle, teste og demonstrere metoder for å karakterisere nøyaktigheten av beregnet volum på bestandsnivå i skogbruksplaner. Følgende delmål har blitt satt for å nå dette:

1. Utvikle statistisk metode for å karakterisere nøyaktigheten av beregnet volum på bestandsnivå når takseringen er gjennomført enten som en lasertakst eller som en takst basert på matching av digitale flybilder.
2. Teste og validere metodene mot omfattende kontrollmålinger («fasit») av volum i skogbestand.
3. Demonstrere metoden i en operativ områdetakst i regi av en skogplaninstitusjon. Vurdere ulike framstillingsmåter av informasjon om nøyaktighet som kan være nyttig for skogeier og andre brukere av bestandsinformasjon.

Rapporten tar for seg hvert av disse delmålene i tre deler. Del 1 går gjennom metoder og det statistiske grunnlaget for å estimere nøyaktighet på bestandsnivå (Delmål 1). Del 2 presenterer resultater for analyser og tester som er gjennomført mot kontrollmålingene (Delmål 1 og 2), mens Del 3 presenterer resultater knyttet til demonstrasjon av metoden og hvordan slik informasjon kan framstilles.

Del 1. Metoder for bestemmelse av nøyaktighet på bestandsnivå

I denne delen beskrives først lasertaksten slik den benyttes i det praktiske skogbruket i Norge i dag. I rapporten benyttes ulike teoretiske regneformler (statistiske estimatorer) for bestemmelse av volum og nøyaktighet av dette på bestandsnivå. Rammeverket for disse statistiske estimatorene gjennomgås som en bakgrunn for benyttede metoder og for bedre å sette estimering av usikkerhet på bestandsnivå i en kontekst. Vi går gjennom relevant litteratur knyttet til bestemmelse av nøyaktighet på bestandsnivå. Den aktuelle litteraturen diskuteres med hensyn på hvilke muligheter som ligger i å benytte foreslåtte metoder for norske forhold.

Arealbasert lasertakst

Lasertakst er den dominerende metoden i skogbruksplanleggingen i Norge i dag. Lasertakstmetoden som benyttes, refereres often til som en arealbasert metode (engelsk: area-based approach). Andre metoder som kan benyttes sammen med laserdata, er enkelttremetoden (engelsk: individual/single tree approach) (Hyypä et al. 2001) eller varianter av denne som tar høyde for at ikke alle trær identifiseres (Breidenbach et al. 2010). Enkelttremetoden er lite brukt fordi de systematisk underestimerer volumet. Dette skjer fordi bare 50-70% av trærne finnes ved hjelp av slike metoder under norske forhold (Vauhkonen et al. 2012). I tillegg krever begge de to sistnevnte metodene posisjonering av enkelttrær i felt, noe som gjør at kostnadene for taksten øker betydelig. Det er derfor den arealbaserte metoden benyttes i nær 100% av alle lasertakster i Norge i dag. Den er derfor også den eneste benyttet i dette arbeidet.

Den arealbasert metoden ble første gang beskrevet i 1997 (Næsset 1997a, b) og er brukt for tredimensjonale (3D) data fra både fra digitalfotogrammetri (bildematching) og flybåren laserscanning (Næsset 2002a; Noordermeer et al. 2019). Metoden er endelig beskrevet i Næsset (2002b) og dokumentert i en rekke vitenskapelige artikler tidlig på 2000-tallet. Figur 1 viser en oversikt over stegene i metoden. De fem viktigste stegene i arealbasert lasertakst slik den benyttes i Norge i dag, er følgende (Næsset 2014):

1. Bestandsgrenser med forhåndsinndeling av skogen i strata. Bestandsgrenser baserer seg i all hovedsak på fototolkning i enten digital fotogrammetrisk arbeidsstasjon (DFA) eller på ortofoto i GIS, med ulik støtteinformasjon fra f.eks. laserdata og/eller gammel takstinformasjon. I tillegg tolkes og bestemmes skoglige egenskaper som treslag, hogstklasse, alder og bonitet. Dette danner grunnlag for stratifisering av bestand. Stratifiseringen deler inn skogen i homogene områder slik at variasjonen innen stratum blir mindre. Strata inndeles oftest med hensyn på hogstklasse og bonitet, men også treslag er benyttet. Næsset (Næsset 2002b) brukte tre strata i introduksjon av metoden: 1) hogstklasse III alle boniteter, 2) hogstklasse IV og V lav bonitet og 3) hogstklasse IV og V høy bonitet. Det er også mulig å stratifisere basert på laserdata direkte (Maltamo et al. 2015).
2. Prøveflater med feltmålinger samles inn i det aktuelle området. Ved innføring av metoden ble prøveflatene lagt i en systematisk forband i hvert enkelt stratum (Næsset 2002b). I praksis i dag samles flatene ofte i cluster (knipper) for å redusere kostnadene med feltarbeidet. Normalt samles det inn 30-50 prøveflater i hvert stratum med en flatestørrelse på 200 - 400 m² avhengig av takstprosjektet.

Prøveflatene posisjoneres presist med satellittbasert posisjoneringsutstyr (GPS, GLONASS etc.), enten ved bruk av etterprosessering eller ved bruk av posisjoneringsdata i sanntid, f.eks. C-POS¹. På prøveflatene måles og registreres diameter i brysthøyde (dbh) og treslag på alle trær innenfor en gitt radius fra senterpunktet. Videre måles høyde på utvalgte prøvetrær. Fra de innsamlede dataene beregnes skoglige egenskaper for prøveflaten, f.eks. volum pr. hektar. Måten flatene velges ut på er sentral for hvordan de kan benyttes videre. Dette er ytterligere diskutert nedenfor.

3. 3D data fra flybåren laserscanning eller bildematching er innsamlet for det aktuelle området. 3D data blir normalisert slik at høydene representerer høyden over bakkenivå. Videre blir de inndelt i beregningsflater med samme størrelse som prøveflatene. Det er viktig å merke seg at beregningsflater blir delt når den inngår i mer enn et bestand, typisk langs en bestandskant. I all hovedsak beregnes to typer laservariabler fra ekkoene (de enkelte høydemålingene i 3D data) innenfor en beregningsflate eller prøveflate. Disse er høydevariabler, slik som maksimumshøyden, gjennomsnittshøyden, standardavvik eller ulike persentiler, og tetthetsvariabler som er et forholdstall for antall høydepunkter over en definert høyde i forhold til totalen (Næsset and Gobakken 2008). Det er også benyttet andre variabler men de er mindre brukt i operativ skogtaksering i Norge (Esteban et al. 2019).
4. Modellering av sammenhengen mellom målte data på prøveflater og beregnede laservariabler. Den høye presisjonen på posisjeringen med GPS gjør at for det samme området som trærne er målt og volum beregnet fra trær i felt kan høydepunkter hentes ut fra 3D data og det kan beregnes variabler. Det kan videre etableres statistiske sammenhenger mellom målt volum og aktuelle laservariabler. I praktisk lasertakst brukes i dag så langt vi kjenner til kun multiplikative modeller på formen:

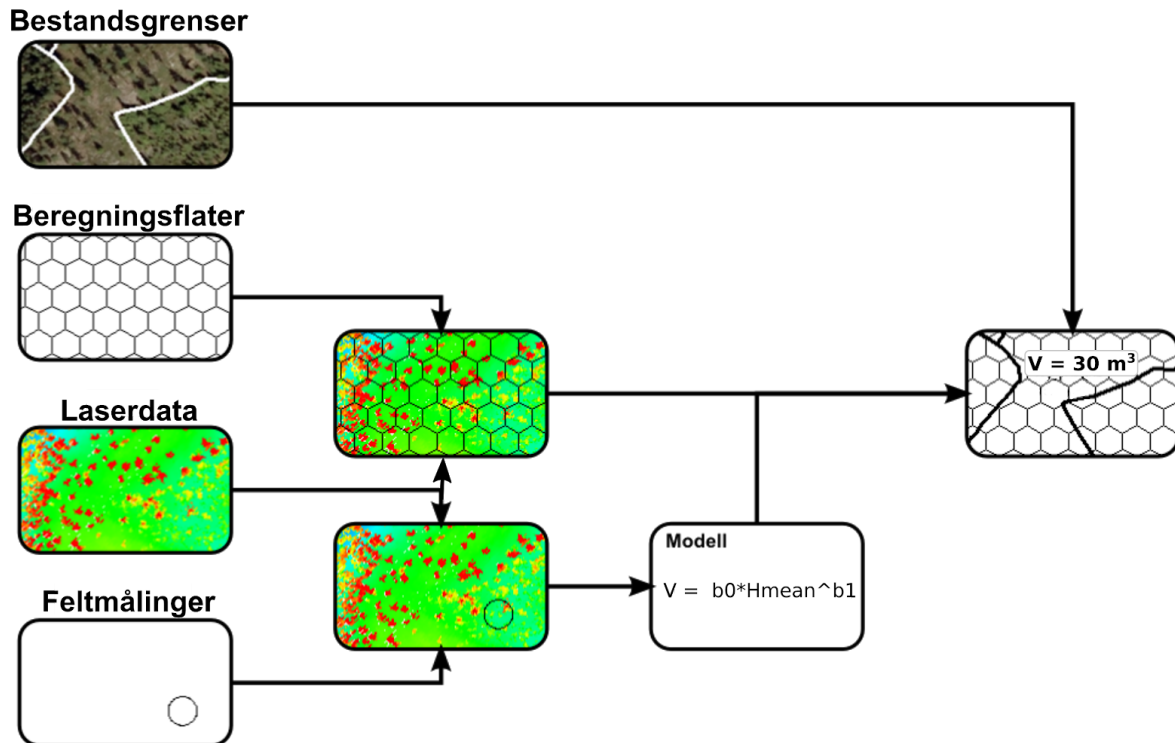
$$y = \beta_0 * x_1^{\beta_1} * x_j^{\beta_j} + \epsilon$$

Parametrene i modellen, dvs. β -ene, estimeres der y og x er transformerte til logaritmisk skala. Det innebærer at funksjonen lineariseres til såkalte log-log modeller. Prediksjonen fra en slik modell blir tilbaketransformert til normal skala ved at man legger til halve variansen før tilbaketransformering (Goldberger 1968; Næsset 2002b). Parameterne i modellen kan også bestemmes ved bruk av ikke-lineære modeller (McRoberts et al. 2018). En hovedbegrunnelse for å benytte log-log modeller fremfor ikke-lineære modeller er at det er enklere å beregne β -ene i modellene. Selv om lineær regresjon er den dominerende metoden for å modellere sammenhengene er også andre metoder brukt (Esteban et al. 2019). De statistiske sammenhengene etableres oftest pr. stratum basert på stratumvise prøveflater, dvs. en modell pr. stratum. Bestandskartlaget i steg 1 angir stratumtilhørighet for prøveflatene.

5. Bestandsestimering gjøres ved å benyttes de statistiske modellene utviklet i steg 4 til å predikere skoglige egenskaper for hver enkel beregningsflate. Stratum for et bestand gir føring for hvilken modell fra steg 4 som benyttes til prediksjon. Basert på prediksjonene i hver beregningsflate aggregeres disse til en bestandsverdi. **Dette er**

¹ <https://www.kartverket.no/posisjonstjenester/cpos/>

den sentrale delen av dette prosjektet. I tillegg til å estimere bestandsverdien, vil vi beskrive **usikkerheten** til dette bestandsestimatet. Det vil si at vi ønsker å benytte våre prediksjoner til å estimere gjennomsnittsvolum i et bestand. Dette er standard prosedyre i lasertaksten slik den benyttes i Norge i dag. Det nye i dette prosjektet er at vi ønsker å også beskrive usikkerheten til dette estimatet, altså usikkerheten eller variansen til dette gjennomsnittsvolumet.



Figur 1.1 Illustrasjon av arealbasert lasertakst.

Utvalg og estimering

Hovedformålet med dette prosjektet er å karakterisere nøyaktigheten (usikkerheten) til volumestimatet på bestandsnivå. Når vi skal behandle usikkerheten til volum på bestandsnivå er det nødvendig å sette arealbasert lasertakst inn i en utvalgs- (sampling) og estimeringssammenheng. Det er to hovedmetoder innenfor statistisk inferens (inferens viser til hvordan vi trekker slutninger om en sann verdi vi ikke kjenner basert på sannsynlighetsbetraktninger, f.eks. ved å angi et konfidensintervall for bestandsestimatet eller ved å utføre en statistisk test av bestandsestimatet). Disse to er *design-basert* og *modell-basert* inferens. Design-basert er den "tradisjonelle" metoden som alltid har vært undervist i kurs i skogtaksasjon ved skogskoler og NMBU siden krigen. Denne metoden benyttes typisk ved f.eks. tilfeldige og systematiske prøveflatetakster. Når vi aggregerer prediksjoner for beregningsflater i laserbasert takst bruker vi en spesiell form av modell-basert inferens. I design-basert er vi avhengig av at våre prøveflater, vårt *sample eller utvalg* fra populasjonen, har en kjent sannsynlighet. Dette kan vi oppnå ved å plassere prøveflatene tilfeldig eller i et systematisk forband innenfor skogområdet vi er interessert i. Det vil si at vi kjenner *inkluderings sannsynligheten* for alle prøveflatene. Vi kan da benytte volum for prøveflatene og en matematisk regneformel (statistisk *estimator*) for å regne ut et

volumestimat for området vårt. Størrelsen på regionen er mindre viktig i denne sammenhengen og kan f.eks. være hele Norge (eks. Landsskogtakseringen), det kan være en eiendom som nevnt over eller det kan være et enkelt bestand. F.eks. ble mange av kontrollbestandene som ble brukt til å validere arealmetoden i dette prosjektet, estimert på denne måten. Innenfor et bestand ble det målt prøveflater som var tilfeldig eller systematisk plassert. Disse ble benyttet for å estimere volum for populasjonen, dvs. bestandet. Landsskogtakseringen bruker et systematisk prøveflatenett for hele Norge, noe som gjør at de kan benytte seg av design-basert inferens for å si noe om volumet i f.eks. Norge, kun ved å benytte de feltmålte prøveflatene. Populasjonen vil her være skogen i Norge. I dagens lasertakster er det sjelden at vi har et utvalg med kjent inkluderingssannsynlighet. De første testene med lasertakst ble gjennomført med et systematisk nett av prøveflater innenfor strata. Dette gjorde det mulig å bruke design-basert inferens for å estimere volum for ulike strata (men ikke det enkelte bestand). I design-basert inferens kan vi estimere volum med følgende regneformel:

$$\hat{Y}_{DB} = \frac{1}{n} \sum_{i \in S} \frac{y_i}{\pi_i}$$

der \hat{y}_i er volum på prøveflaten, π_i er inkluderingssannsynlighet og n er antall prøveflater. Dersom inkluderingssannsynligheten er lik for alle flater, blir gjennomsnittsverdien i populasjonen lik gjennomsnittsverdien i samplet. Da blir formelen lik den vi kjenner for vanlig tilfeldig eller systematisk prøveflatetakst. Siden prøveflatene i dagens lasertakster delvis blir valgt ut på bakgrunn av subjektive vurderinger, f.eks. avstand til veg, kjenner vi ikke inkluderingssannsynligheten til disse og vi kan ikke bruke design-basert inferens. I dette arbeidet vil vi bruke design-basert inferens for å etablere bestandsestimat der vi har tilfeldig eller systematisk utvalgte prøveflater i bestand.

Dersom vi i tillegg til våre prøveflater har beregnet laservariabler (Steg 3 i arealbasert takst) for det aktuelle skogområdet (populasjonen vår), kan vi etablere en modell mellom laservariablene og prøveflatene våre (Steg 4 i arealbasert takst). Denne modellen kan benyttes for å gi prediksjoner for alle beregningsflatene i et område. Sammenhengen mellom volum og laservariabler er vanligvis svært god, noe som gjør at prediksjonen har en liten usikkerhet. Vi kan nyttegjøre oss denne ekstra informasjonen sammen med prøveflatene for å si noe om volumet i populasjonen, enten vi har et sannsynlighetssampel eller ikke. Dersom vi har et sannsynlighetssampel, kan vi benytte såkalt modell-assistert inferens. Prediksjonene fra modellen inngår da i estimeringen vår slik at vi summerer alle predikerte beregningsflater og bruker informasjon fra designet for prøveflatene (f.eks. tilfeldig eller systematisk prøveflatetakst) for å korrigere for systematiske feil i modellen:

$$\hat{Y}_{MA} = \frac{1}{N} \sum_{i \in U} \hat{y}_i + \sum_{i \in s} \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{\pi_i}$$

her er \hat{Y}_{MA} vårt estimat, N er antall beregningsflater \hat{y}_i er våre prediksjoner og y_i er målt verdi på prøveflater i samplet, s . Når modellen som benyttes i modell-assistert estimering er

etablert med andre prøveflatedata enn de som brukes til beregningen av et volumestimat (ekstern modell), kalles estimatoren “differanse-estimator”, mens dersom modellen er laget på samme prøveflater som de som brukes til å beregne volumet (intern modell) kaller man den GREG (“generalised regression estimator”) (Ståhl et al. 2016). Fordelene med modell-assistert estimering er at estimatoren er såkalt tilnærmet “unbiased”. Det vil si at vi ikke forventer at den gir systematiske feil. I denne rapporten benytter vi modell-assistert estimering for å bestemme volum i kontrollbestand der vi har prøveflater innen bestandet med kjent design (vanligvis systematisk forband).

Den andre hovedretningen i statistisk inferens er modell-basert inferens. I modell-basert estimering er man helt avhengig av modellen og man har ikke prøveflater å støtte seg på for de enkelte enhetene man skal produsere estimater for (f.eks. bestand i en laserbasert bestandstakst), eller antall prøveflater man måtte ha for det aktuelle området er svært få. I skogbruksplanlegging har vi som hovedregel ingen prøveflater i et bestand. Det enkleste måten å betrakte modell-basert estimering på er å sette den lik modell-assistert, men uten korreksjonsleddet fra designet:

$$\hat{Y}_{MB} = \frac{1}{N} \sum_{i \in U} \hat{y}_i$$

her er N er antall beregningsflater \hat{y}_i er våre prediksjoner. Modell-basert estimering har en rekke fordeler over modell-assistert estimering. For det første kan modell-basert produsere nøyaktighetsestimater for alle enhetene i populasjonen, også områder uten prøveflater. Videre kan usikkerhet på beregningsflater aggregeres til ulike geografiske enheter. Modell-basert inferens er det som benyttes i steg 5 i arealbasert takst. Bestemmelse av volum og usikkerheten til volumet er en spesiell form for modell-basert estimering. Næsset (2014) knyttet det til samplingslitteraturen ved å bruke begrepet “synthetic regression estimation for small areas”. Dette betyr at vi benytter en regresjonsmodell (“synthetic regression”) for et lite område uten prøveflater (“small area”), altså typisk et enkelt bestand, der modellen er utviklet utenfor bestandet.

Bestandsestimering og sikkerhetskomponenter

Når vi estimerer en bestandsverdi basert på våre prediksjoner og modellen er laget på et prøveflatesett som ikke er samlet innenfor det aktuelle bestandet, antar vi likevel at modellen er representativ for det enkelte bestand, og vi kaller dette “small area estimation”. Usikkerheten i dette estimatet kan splittes i ulike komponenter. Vi antar at disse komponentene er additive. Det er vanlig å inkludere feil knyttet til modellparameterne (β -ene), residualfeilen og romlig kovarians i residualene (Breidenbach et al. 2016; McRoberts et al. 2018). Chen (2016) inkluderer i tillegg feil i feltmålinger, til modellene vi benytter for å beregne volum av enkelttrær på prøveflatene (“volumtabellene”) og i laservariabler. Volumet vi regner ut på prøveflatene vil være avhengig av flere faktorer. Det er feil i målingen vi gjør både av høyde og diameter. Det vil være feil i hvilke trær som blir med siden avstand fra sentrum av flata til det aktuelle treet kan være vanskelig å bestemme nøyaktig. Videre vil usikkerhet i GPS-målingene innføre feil i lokalisering og posisjonering av prøveflaten. Ulike taksatorer eller gjentatte besøk på samme flate vil resultere i ulike

beregnete feltvolum på en flate. Chen (2016) viser hvordan dette kan inkluderes i bestandsestimater, men vi antar i dette arbeidet at volum på prøveflatene er korrekt bestemt og uten feil. Videre vet vi at ulike flygninger med det samme laserinstrument ikke vil gi identiske laservariabler, men introdusere forskjeller på 0 - 11 % (Bater et al. 2011). Dette betyr at to flygninger samme dag vil resultere i ulike laservariabler og våre x-er i modellen vil heller ikke være uten feil. Chen (2016) inkluderte også feil i laservariabler ved å anta 10% relativ feil på laservariablene. Vi har ikke inkludert dette i vår beregninger av usikkerheten på bestandsnivå. Vi antar at laservariablene er uten feil.

Dette arbeide omfatter usikkerhet knyttet til modellprediksjonene (eller modellparametrene (β -ene) i modellen) som forbinder feltmålt volum til laservariablene (PRE), residualvarians (RES), residualenes romlige kovarians (SPA) og bestandseffekten (STA). Nedenfor omtales de i mer detalj.

Usikkerhet knyttet til modellprediksjonene (PRE)

For å estimere bestandsvolum benyttes i dag prediksjoner av volum på beregningsflater innenfor et bestand. I samplingsterminogien kalles dette en syntetisk regresjons estimator (Särndal et al. 2003:399). Denne estimatoren er en enkel sum eller gjennomsnitt av modellprediksjoner innenfor et bestand. Estimatoren har en systematiske feil, men variansen er ofte veldig liten. Noe av usikkerheten er knyttet til data benyttet for å lage modellen og selve modellen vi benytter. Når vi f.eks. bruker gjennomsnittshøyden fra laser (Hmean) til å modellere volum, får vi et konstantledd og stigningstall ($V = a + b \cdot Hmean$). Konstantleddet og stigningstallet er parametre (β -ene) vi estimerer og disse har usikkerhet knyttet til seg. Usikkerheten stammer fra prøveflatene vi benytter; hadde vi hatt et annet utvalg ville andre parametre blitt estimert. For denne lineære modellen kan vi beregne gjennomsnittsverdien for et bestand slik:

$$\hat{Y}_{MB} = \frac{1}{N_m} \sum_{i \in U_m} \hat{y}_i$$

her er N er antall beregningsflater \hat{y}_i er våre prediksjoner og vi introduserer m som er representere bestand. Usikkerheten knyttet til modellprediksjonene til denne estimatoren kan beregnes enkelt når en vanlig lineær regresjon benyttes:

$$M\hat{S}E_{PRE} = Var(\hat{Y}_{MB}) = \frac{1}{N_m^2} \bar{X}^T \hat{\Sigma} \bar{X} = \frac{1}{N_m^2} \sum \sum Cov(\hat{\mu}_i, \hat{\mu}_j)$$

$M\hat{S}E_{PRE}$ er usikkerhet knyttet til modellprediksjonen som "mean square error" (MSE), $Var(\hat{Y}_{MB})$ er variansen, N er antall beregningsflater i bestand m , X er modellmatrisen (våre x'er eller laservariabler inkludert en kolonne for konstantledd), $\hat{\Sigma}$ er varians-kovariansmatrisen til modellen, μ_i og μ_j er ulike prediksjoner. For ikke-lineære modeller kan estimatoren over ha systematiske feil (McRoberts et al. 2018). For parametriske teknikker er et alternativ til den syntetisk regresjons estimatoren er parametriske bootstrap (parametric bootstrap). For en parametriske modell, dvs. en modell der vi estimerer

parameterne, kan man simulere alternative parametre for modellen, basert på estimert standardfeil for modellparametrene. En slik teknikk ble implementert for estimering av biomasse i Alaska (Ene et al. 2018). En *parametrisk bootstrap*-prosedyre er også svært fleksibel. For eksempel brukte Næsset et al. (Næsset et al. 2019) parametrisk bootstrap for å estimere høydeendring i tregrensa ved hjelp av to modeller. En modell ble brukt for å identifisere trær og en ble brukt for å beregne høyde-endringen. Ved bruk av bootstrap kunne feilen knyttet til modellparametrene i de to modeller estimeres samlet. Parametrisk bootstrap er derfor et alternativ til estimatoren presentert ovenfor.

I skogbruksplanleggingen brukes ofte modeller med log-transformert volum og log-transformerte laservariabler. Transformerte data kan tilpasses med vanlig lineær regresjon. En ulempe med transformasjoner er systematiske feil som følge av tilbaketransformering (Goldberger 1968). Dette er det ofte tatt høyde for i skogbruksplanleggingen (Goldberger 1968; Flewelling and Pienaar 1981; Næsset 2002b). Det finnes også andre alternativer som kan benyttes (Snowdon 1991). For log-log modeller er det mulig å benytte samme metode som benyttes for tilbaketransformering av gjennomsnittsverdien til også å beregne variansen. Finney (Finney 1941) gir formler for å beregne forventningen til en variable og dens varians når gjennomsnitt og varians til lognormal skala er kjent:

$$E[Y] = e^{\mu+0.5\sigma^2}$$

$$Var[Y] = E[Y]^2(e^{\sigma^2} - 1)$$

$E[Y]$ og $Var[Y]$ er forventningen, μ er gjennomsnitt og σ^2 er varians på lognormal skala, e er eksponentialfunksjonen. Disse kan benyttes for å beregne bestandsestimat med usikkerhet for log-log modeller både med den syntetiske regresjons estimatoren og parametrisk bootstrap, selv om tilbake transformasjonen ikke nødvendigvis er fri for systematisk feil. Alle beregninger gjøres på log-skala og estimatet for gjennomsnitt og variansen til gjennomsnittet tilbaketransformeres.

Bruk av log-log modeller i skogbruksplanleggingen stammer fra tiden da beregningsressurser i datamaskinene var mer begrenset enn i dag. Med dagens datamaskiner er det ikke noe problem å tilpasse slike modeller direkte som en multiplikativ ikke-lineær modell. For ikke-lineære modeller kan vi ikke benytte den syntetiske regresjons estimatoren fordi utfallet for modellen vil ha en kurvatur og alternativer er derfor nødvendig (McRoberts et al. 2018). I modell-basert estimering benyttes ulike teknikker knyttet til bootstrapping. En alternativ til bootstrap er jackknife (Quenouille 1949). Jackknife er også en metode som er brukt for å beregne usikkerhet i modell-basert estimering, uten at det påvises forskjeller av betydning fra bootstrapmetoder (McRoberts et al. 2011). Dette prosjektet har derfor fokusert på bootstrapmetoder.

Parametrisk bootstrap kan være et alternativ selv om andre teknikker er foreslått. McRoberts et al. (2018) foreslår å benytte en Monte Carlo simulering kalt bootstrap av par (parvis bootstrap). Bootstrap brukes for å etablere nye datasett med bakgrunn i eksisterende

datasett, der nye datasett genereres ved å trekke tilfeldig med tilbakelegging fra det eksisterende datasett.

For ikke-parametriske teknikker vil den syntetiske regresjons estimatoren ikke være gyldig siden den er avhengig av kovariansmatrisen til modellen (McRoberts et al. 2019a). Det vil heller ikke være mulig å benytte parametrisk bootstrap siden modellen ikke har noen parametere. I slike tilfeller er derfor andre bootstrap-metoder aktuelle. Eksempler knyttet til estimering av skoglige egenskaper som biomasse og volum med ikke-parametriske teknikker finnes, men de er ikke brukt på små enheter som bestand. Ulike bootstrap-teknikker som blir benyttet er parvis bootstrap (Efron and Tibshirani 1986), residual-bootstrap (Wayne Oldford 1985) og vill-bootstrap (Mammen 1993). McRoberts et al. (2018) brukte parvis bootstrap for en ikke-lineær modell der potensfunksjonen og eksponentialfunksjonen ble kombinert. Esteban et al. (2019) brukte den ikke-parametriske algoritmen randomforest for å estimere biomasse og volum i to studieområder. Både parvis-bootstrap og vill-bootstrap ble vurdert. Esteban et al. (2019) konkluderte at vill-bootstrap var et bedre alternativ fordi den bedre beholdt strukturene i datagrunnlaget. I tillegg er såkalt residual-bootstrap en metode som kan benyttes (Efron 1986).

For å beregne usikkerhet knyttet til prediksjonene ble den syntetiske regresjons estimatoren benyttet i tillegg til ulike bootstrap metoder undersøkt (Tabell 1.1).

Tabell 1.1 Metoder for å beregne usikkerhet knyttet til modellprediksjonene (PRE).

Metode	Fordeler/ulempes	Eksempler
Syntetisk regresjons estimator	Uten systematiske feil	(Breidenbach et al. 2016)
Parametrisk bootstrap	Fungerer for parametriske modeller	(Næsset et al. 2019)
Ikke-parametrisk bootstrap	Fungerer for alle typer modeller og algoritmer	
- Parvis-bootstrap		(McRoberts et al. 2018)
- Residual-bootstrap		(Wang et al. 2015)
- Vill-bootstrap		(Esteban et al. 2019)

Usikkerhet knyttet til residualvarians (RES)

Residualvariansen er en additive komponent som kan bli estimert fra sigma. Det er ulike måte å estimere sigma på (Tabell 1.2), men når vi kjenner denne kan vi beregne residualvariansen slik:

$$M\hat{S}E_{RES} = \frac{1}{N_m^2} \sum_{i \in m} \sigma_i^2$$

Dersom residualene i modellene ikke har konstant varians så har vi en situasjon med såkalt heteroskedasitet, for eksempel at feilen øker med økende volum, vil dette innvirke på residualfeilen i et bestand. Bestand med lite volum vil ha mindre feil en bestand med et høyere volum. En måte å estimere residualvariansen er å inkludere dette i selve modellen som en variansfunksjon (Pinheiro and Bates 2000). Dette vil påvirker modellen som benyttes direkte og det estimeres sigma og parametere for denne. Dette er gjennomført av blant annet Breidenbach et al. (2016) sammen med en enkel lineær sammenheng mellom volum og Hmean. Dersom residualvariansen er ikke er heteroskedastisk så kan regneformelen ovenfor forenkles til:

$$M\hat{S}E_{RES} = \frac{\hat{\sigma}_{\epsilon}^2}{N_m}$$

For ikke-parametriske-teknikker er det ikke mulig å inkludere en egen varians-funksjon for å estimere residualvariansen for ulike observasjoner. McRoberts (2016) foreslo en firetrinns prosedyre for å estimere variansmatrisen ved heteroskedasitet. Denne kan benyttes på alle typer modeller og teknikker. De ulike stegene i denne prosedyren er: 1) par av residualer og modellprediksjoner av volum fra kalibreringsdata sorteres med tanke på modellprediksjonen, 2) videre deles parene inn i grupper på 15 eller større, 3) innen hver gruppe beregnes standardavviket til residualene, $\hat{\sigma}_g$, der residualene er: $\epsilon = y_i - \hat{y}_i$, 4) sammenhengen mellom standardavviket i hver gruppe, $\hat{\sigma}_g$ og modellprediksjon i gruppa, $\bar{\hat{y}}_g$ modellert ved hjelp av følgende modellen:

$$\hat{\sigma}_g = \lambda * \bar{\hat{y}}_g + \epsilon_g$$

der λ er en modellparameter som estimeres. Modellen er en lineær funksjon uten konstantledd.

Tabell 1.2 gir en oversikt over metoden for å estimere residualvariens (RES) som er brukt i denne studien.

Tabell 1.2 Metoder for å beregne usikkerhet knyttet til residualvariansen.

Metode	Fordeler/ulemper	Eksempler
Standard	Fleksibel for alle typer modeller, konstant som kun er avhengig av bestandsstørrelse.	(Prasad and Rao 1990)
Ved heteroskedasitet:		
- modell med vekter	Kun parametriske modeller	(Breidenbach et al. 2016)
- Uavhengig modell	Fleksibel for alle typer modeller	(McRoberts et al. 2016)

Usikkerhet knyttet til residualenes romlige kovarians (SPA)

I tillegg til usikkerhet knyttet til modelparameterne og residualvariansen vil romlig korrelasjon mellom residualer være en kilde til usikkerhet. Feil i prediksjonen for to beregningsflater som ligger inntil hverandre vil være korrelerte. Den vanligste metoden for å inkludere denne feilkomponenten er å anta en korrelasjonsstruktur (Tabell 1.3) dvs. en romlig funksjon og parametrene til denne. Modellen eller korrelasjonsstrukturen for hvordan residualene korrelerer er basert på avstand. En slik funksjon har enten en eller to parameterne, et skjæringspunkt kalt nugget og en form på kurven kalt range. For mindre områder har eksponentialfunksjon vært mest benyttet (Breidenbach et al. 2016; McRoberts et al. 2019b), men også lineær funksjon er benyttet (Næsset et al. 2019). I dette prosjektet evalueres ulike funksjoner mot empiriske data for å se om antagelser om funksjon og parametre kan anbefales.

Tabell 1.3 Korrelasjonsstrukturer som ble evaluert (n er nugget, d = range og r er avstand)

Korrelasjonsstruktur	Med nugget	Uten nugget
Ekspontentiell	$(1-n)*\exp(-r/d)$	$\exp(-r/d)$
Gaussian	$(1-n)*\exp(-(r/d)^2)$	$\exp(-(r/d)^2)$
Lineær	$(1-n)*(1-(r/d))$	$1-(r/d)$
Rational kvadratisk	$(1-n)/(1+(r/d)^2)$	$1/(1+(r/d)^2)$
Sfærisk	$(1-n)*(1-1.5*(r/d)+0.5*(r/d)^3)$	$1-1.5*(r/d)+0.5*(r/d)^3$

Usikkerhet knyttet til bestandseffekten (STA)

Siden vi har mange bestand i vårt område er det også mulig å definere en bestandseffekt. Dvs at regresjonsmodellen har en egen varianskomponent knyttet til seg. F.eks. kan vi se for oss at en modell har ulikt konstantledd.

I tillegg til de tre usikkerhetskomentene (model, residual og romlig kovarians) er usikkerhet knyttet til en bestandseffekt et tema i litteraturen. Dette knytter seg til at en modell etablert for et stort område mangler variabler som kan forklare variasjon i Y . Disse manglene gir seg utslag i en bestandseffekt der enkeltbestand vil ha systematiske feil i modellen. For eksempel er det kjent at løvandel påvirker volumestimatene (Næsset 2005). Dersom vi ikke har tatt høyde for dette når vi har laget vår statistiske modell vil bestand med mye løv ha et systematisk høyere volum enn bestand uten løvtrær. Løvandelen er derfor en forklaringsvariabel vi mangler i modellen vår. Siden bestandet er en homogen enhet vil slike uforklarte fenomener gi en bestandseffekt.

Bestandseffekten kan modelleres ved å bruke en modell som både estimerer faste og tilfeldige effekter (Pinheiro and Bates 2000). Residualvariansen kan da splittes i en bestandseffekt og residualvariansen. En utfordring med dette er at man trenger mer enn en prøveflate per bestand. Dette vil øke kostnaden for taksten. Det er gjennomført flere simuleringstudier knyttet til ulike opplegg for å samle inn prøveflatedata på en spesiell måte slik at bestandseffekten kan estimeres (Magnussen and Breidenbach 2017, 2020). Tabell

1.4 systematiser ulike metoder for å beregne bestandseffekten for bestand. De studiene som er gjort er i all hovedsak basert på simuleringer. I vårt arbeid har vi fokusert på å kvantifisere bestandseffekten ved hjelp av empiriske data slik at det bedre kan vurderes nødvendigheten av å tilpasse taksten slik at bestandseffekten kan beregnes.

Tabell 1.4 Metoder for å beregne usikkerhet knyttet til bestandseffekten.

Metode	Fordeler/ulemper	Eksempler
1 prøveflate per bestand		
- proxy	Kan benyttes uten å endre utlegging av prøveflater	(Magnussen and Breidenbach 2017)
- sampling	Krever endring av utlegging av prøveflater	(Magnussen and Breidenbach 2020)
>1 prøveflater per bestand		
- modeller med faste og tilfeldige effekter	Krever endring av utlegging av prøveflater	(Magnussen and Breidenbach 2017)

Del 2. Empirisk evaluering av nøyaktighet på bestandsnivå

Bakgrunn

Nøyaktigheten for et bestand kan beregnes ved hjelp av de ulike additive komponentene beskrevet ovenfor, usikkerhet knyttet til modellprediksjonene (PRE), usikkerhet knyttet til residualvariansen (RES), usikkerhet knyttet til residualenes romlige kovarians (SPA) og bestandseffekten (STA). I litteraturen (se del 1) er det beskrevet ulike metoder som kan benyttes for å estimere de ulike komponentene. Hovedutfordringen for å implementere dette i norsk skogbruksplanlegging etter de metodene som benyttes i areal-basert lasertakst er som nevnt knyttet til multiplikative modeller og stratifisert innhenting av prøveflater. Viktige spørsmål er hvordan metodene beskrevet i del 1 fungerer på empiriske datasett. Videre vil det være essensielt å vite noe om hvilket bidrag de ulike komponentene har på nøyaktigheten. For eksempel vil det være nødvendig å vurdere metoder for å beregne bestandseffekten. Dersom bestandseffekten utgjøre en betydelig del av den samlede usikkerheten bør kanskje innsamlingen av prøveflater endres.

I del 2 presenteres metoder og resultater av analysen utført basert på metodene beskrevet i del 1. Empiriske evalueringer av de ulike regneformlene for nøyaktighet har blitt utført på testdata samlet inn i andre prosjekter. Følgende empiriske evaluering er utført:

- evaluering av ulike metoder for å estimere usikkerhet knyttet til modellprediksjonene og betydning av disse,
- evaluering av metoder og betydningen til residualvariansen.
- evaluering av ulike korrelasjonsfunksjoner og parametere for å estimere residualenes romlige kovarians.
- evaluering av størrelsen på bestandseffekten.

Studieområder

To studieområder ble benyttet i denne delen av arbeidet. Disse er Våler i Østfold og Romerike i Akershus. I alle studieområdene eksisterer det et prøveflatetestsett og et kontrolldatasett på bestandsnivå. I Våler er 65 bestand målt med intensiv prøveflatetaksering med i gjennomsnitt 11 flater per bestand (varier fra 3 til 16 prøveflater pr. bestand). Datasettet i Våler ble oppmålt i 2010 og en sammenstilling av volum på prøveflater, bestandsflater og bestand finnes i Tabell 2.1.

På Romerike i Akershus ble det registrert nøyaktig posisjon på 55162 trær fordelt på 78 bestand. Posisjoneringen ble gjort med hogstmaskin påmontert utstyr for å posisjonere trærne som ble hogd. Nøyaktigheten på posisjonene antas å være bedre enn $< 1\text{m}$ i gjennomsnitt (Hauglin et al. 2017). Datasettet er tidligere benyttet i studier to studier knyttet til volummodellering og diameterfordelinger (Hauglin et al. 2018; Maltamo et al. 2019). Datasettet benyttet her er noe redusert for å ha en bestandsstørrelse med hele beregningsflater på minimum 0.1 hektar. Fra innmålte tredata ble en alfa-shape-algoritme brukt til å etablere bestandspolygoner. Metodikken er beskrevet at Hauglin et al. (2018) og kun bestand større en 0.2 ha ble tatt videre i analysene (Tabell 2.2).

Tabell 2.1 Sammendrag av prøveflater og bestandsflater i Våler.

Stratum	Bestand	n	Volum			
			Gjennomsnitt	Standardavvik	Minimum	Maksimum
Prøveflater						
Hkl IV-V, god bonitet		71	299,0	149,1	19,3	741,6
Hkl IV-V, dårlig bonitet		40	198,4	84,3	22,9	454,5
Hkl III		42	188,7	97,4	2,5	493,2
Bestandsflater						
Hkl IV-V, god bonitet	26	278	287,0	138,2	45,6	751,0
Hkl IV-V, dårlig bonitet	20	244	189,8	77,4	16,4	452,4
Hkl III	19	221	178,0	84,0	35,1	464,7

Tabell 2.2 Sammendrag av prøveflater og beregningsflater målt med hogstmaskin på Romerike.

Stratum	Bestand	n	Volum			
			Gjennomsnitt	Standardavvik	Minimum	Maksimum
Prøveflater						
Hkl IV-V		111	277,8	126,1	61,4	747,4
Bestandsflater						
200 m ²	32	1827	288,1	131,2	2,2	741,2
400 m ²	25	751	289,9	106,0	56,5	669,8

Metoder

I prosjektet bruke vi ulike metoder og datasett for å analysere ulike kilder som innvirker på nøyaktigheten. I hovedsak benyttes multiplikative modeller enten tilpasset på log-log skala eller som en ikke lineær modell. I tillegg benytter vi vanlig lineær regresjon på ikke-transformerte-data som et sammenligningsgrunnlag. For valg av variabler benyttet vi en best subset strategi der antall variabler er begrenset til maksimum tre. Videre tar vi hensyn til kolinearitet i variabelen og tillater ikke modeller med en VIF (Variance Inflation Factor) større eller lik 5. For lineære modeller bruker vi i vanlig lineær regresjon (LM) eller generalized least squares (GLS) models i r-pakken "nlme" (Pinheiro et al. 2020). GLS gjør det mulig å modellere korrelasjon i residualene enten som heteroskedasitet eller romlig korrelasjon.

Ikke-lineære-modeller ble tilpasset på to ulike måter enten ved hjelp av standard funksjoner i R og Gauss-Newton algoritmen der startverdien ble hentet fra log-log modellen. Denne tilpasningen vil ved noen tilfeller gi feil ved estimering av parameterne i noen av bootstrap-iterasjonene. For å unngå dette ble derfor den ikke lineære modellen formulert som logistisk ligning etter McRoberts et al. (2013) :

$$Y = \frac{a}{1 + e^{x\beta}}$$

hvor er asymptoten er valgt ut fra prøveflatene som $a = 1.05 \cdot H_{\max}$, og $p + 1$ -koeffisientene i vektoren (inkludert skjæringspunktet). Denne ble estimert ved bruk av Levenberg-Marquardt-algoritmen implementert av R-pakken "minpack.lm" (Elzhov et al. 2016). Startverdiene for optimaliseringene ble funnet ved hjelp av en genetisk algoritme implementert i "GA" R-pakken (Scrucca 2013, 2017) ved å minimere MSE for modellen.

Modellene tilpasses også hovedsakelig stratavis og på et separat prøveflate datasett. Det vil si at vi benytter en ekstern modell. For datasettet innsamlet med hogstmaskin på Romerike ble det benyttet to ulike størrelser på bergningsflatene, henholdsvis 200 m² og 400m². Prøveflatedata var kun samlet inn på 400 m². Det ble derfor benyttet interne modeller i dette datasettet.

Implementering av ulike estimatore for prediksjonsfeilen (PRE) og residual feilen (RES) ble implementert. Metoden som ble implementert er beskrevet i Tabell 1.1. og Tabell 1.2 i Del 1.

For å analysere innvirkning av feil knyttet til romlig kovarians (SPA) og bestands effekt (STA) ble GLS eller LME lineære modeller med tilfeldige og faste effekter brukt. Dette betyr at vi i dette arbeidet ikke vurderte andre måter enn å basere oss på empiriske data for å estimere disse på nye datasett. I Våler ble målte bestandsflater brukt for å evaluere innvirkning av disse mens i Romerike ble kun hele beregningsflater benyttet og kun bestand med 3 eller flere beregningsflater.

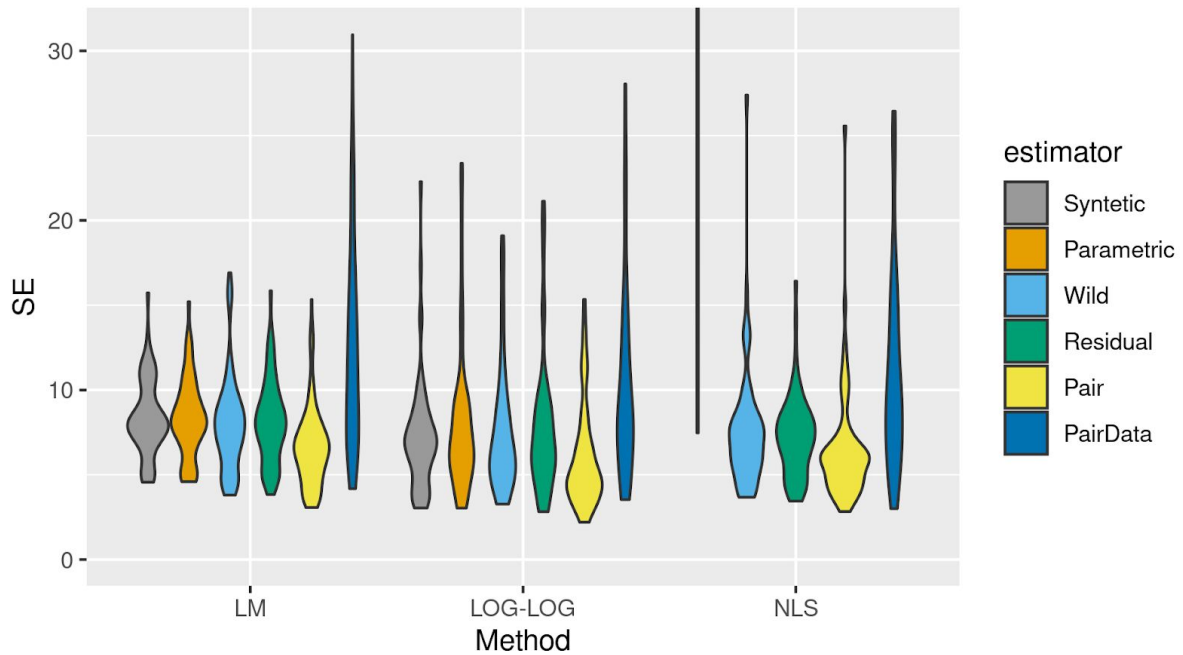
Resultater og diskusjon

Usikkerhet knyttet til modellprediksjonene (PRE)

For stratumspesifikke lineære modeller ble ulike bootstrap-metoder sammenlignet med usikkerhet beregnet med den syntetiske regresjons estimatoren i Våler. Den syntetiske regresjons estimatoren er i resultatdelen kalt SYNT. Korrelasjonen med beregnet feil fra SYNT korrelerte sterkest med parametrisk bootstrap ($r=0.97$), fulgt av residual ($r=0.94$), parvis ($r=0.80$), vill ($r=0.78$), PairData ($r=0.46$). Det er også variasjon mellom stratum. Parametrisk bootstrap har lavere RMSD (10.3) enn SYNT. Det var heller ikke noen forskjell i SE for bestand med disse metodene ($p = 0.71$). Heller ikke vill ($p=0.22$) viser statistisk forskjell mot SYNT, men har høyere RMSD (34.3), enn residual (14.8, $p = 0.03$). Begge metodene for parvis bootstrap er statistisk forskjellige og parvis har omtrent samme RMSD som vill-bootstrap (35.7). Disse resultatene viser at parametrisk bootstrap best etterligner SYNT estimatoren, med residual-bootstrap eller vill-bootstrap som alternativ. Parvis bootstrap er signifikant forskjellig fra SYNT for begge alternativene ($p < 0.01$). Den må bemerkes at parvis-data bootstrap (PairData) også tar hensyn til en usikkerhet som de andre metodene ikke tar hensyn til nemlig muligheten til å velge en annen modell ved et nytt utvalg.

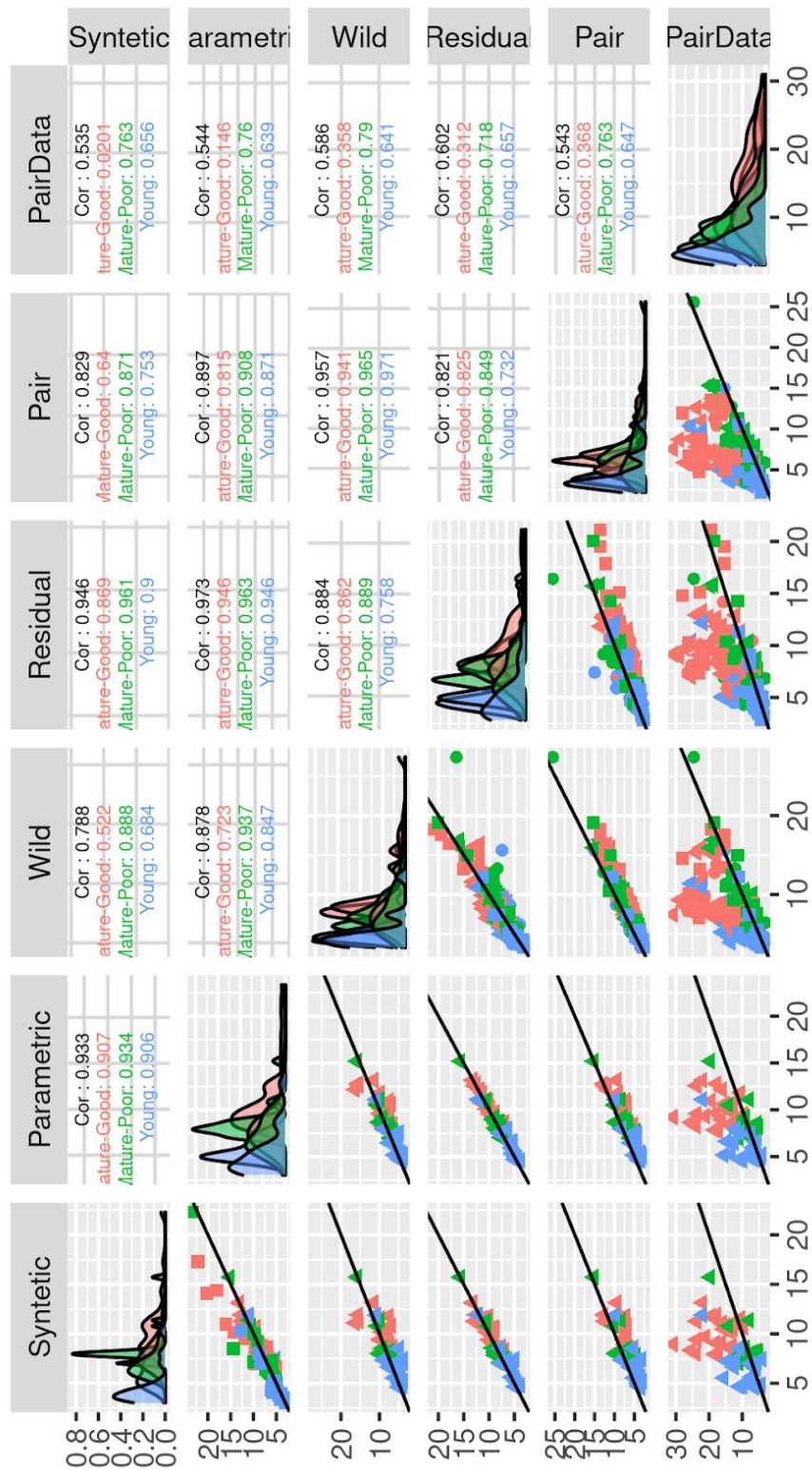
For log-log modellen er alle bestandsestimatene signifikant høyere enn SYNT estimatet, men alle har høy korrelasjon ($p > 0.85$). Vill og residual-bootstrap har lavest MD, SDD og høyest korrelasjon. For ikke-lineær modell har vi ikke produsert SYNT estimat fordi det må etableres per modell. Det er imidlertid samme trend i estimatene som for de to andre metodene vill og residual-bootstrap. De har omtrent samme fordeling, mens parvis-bootstrap

har en noe lavere fordeling og parvis data bootstrap har en større spredning, som i hovedsak kommer av usikkerhet knyttet til valg av laservariabler.



Figur 2.1 Fordeling av standardfeil for PRE for bestand basert på ulike estimatorer og modelltyper lineær regresjon (LM), log-log modell (LOG-LOG), og ikke lineær modell (NLS).

Syntetic estimator for NLS er ikke mulig. Syntetisk regresjons estimator (Syntetic), parametrisk-bootstrap (Parametric), vill-bootstrap (Wild), residual-bootstrap (Residual), parvis-bootstrap (Pair), parvis data bootstrap (PairData).



Figur 2.2 Sammenheng mellom standardfeil for PRE for bestand basert på ulike estimatorer. Syntetisk regresjons estimator (Syntetic), parametrisk-bootstrap (Parametric), vill-bootstrap (Wild), residual-bootstrap (Residual), parvis-bootstrap (Pair), parvis data bootstrap (PairData).

Totalt sett overlapper konfidensintervallen fra de ulike estimatorene av PRE for 92% av bestandene ved et rent feltbasert estimat (DB). Vi estimerte også bestands verdien med modell-assistert (MA) der både prediksjoner og bestands flater inngår. Dette MA estimatet har et høyere nøyaktighet og antall bestand som overlapper reduseres til 90%. Resultatene viser at overlappet i konfidensintervaller er størst ved parametrisk bootstrap eller ved å inkludere variable valgt i bootstrap-prosedyren (PairData). vill og residual-bootstrap gir også et bedre overlapp for alle metoder.

Tabell 2.2 Prosentandel estimat som overlapper med DB og MA estimat avhengig av estimeringsmetode og prediksjonsmodell. Syntetisk regresjons estimator (Syntetic), parametrisk-bootstrap (Parametric), vill-bootstrap (Wild), residual-bootstrap (Residual), parvis-bootstrap (Pair), parvis data bootstrap (PairData).

	MB					
Method	Synthetic	Parametric	Wild	Pair	PairData	Residual
DB						
LM	92	92	92	91	95	91
LOG-LOG	89	94	92	89	94	94
NLS		95	92	91	94	94
MA						
LM	94	94	92	91	95	92
LOG-LOG	89	86	86	85	91	85
NLS		95	88	86	91	89

Usikkerhet knyttet til residualfeil

Ulike variansfunksjoner ble testet for å modellere eventuelt heteroskedasitet i residualene. For strataspesifikke modelleler ble potens-, eksponensial- og fastfunksjon brukt. Høydevariablen i modellen ble brukt i variansfunksjonen. I hogstklasse IV og V på god bonitet i Våler var variansfunksjonene et bidrag. Der var potensfunksjonen ($p = 0.03$) og eksponensialfunksjone ($p = 0.02$) signifikante. I de to andre stratatene var det ingen signifikant forbedring ved bruk av en variansfunksjon. Det svake grunnlaget for å inkludere en variansfunksjon i de stratifiserte modellene gjorde at dette ikke ble gjort i Våler. Residualvariansen kunne derfor estimeres direkte ved hjelp av modell sigma. Dette økte overlappet mellom både design-basert (DB) og modell-assistert (MA) estimater og resultatene er svært nær hva vi kan forvente av et slikt overlapp (Tabell 2.3.). Det vil være urealistisk å forvente særlig mer enn 95% overlapp da vi sammenligner 95% konfidensintervall. Særlig parvis data bootstrap med mulighet for endre modell gir svært høyde overlapp, videre gir parametric, vill og residual-bootstrap gode overlapp. Det er selvfølgelig slik at et økt overlapp, det vil si et større konfidensintervall, ikke nødvendigvis er en god ting. Et bredt konfidensintervall er i utgangspunktet et resultat av et usikkert estimat.

Det vil likevel danne et empirisk grunnlag for vurdering av metodene. For eksempel så ser vi at parametrisk bootstrap produserte store konfidensintervall for NLS på grunn av ikke lineære sammenhenger (Figur 2.1). Parametrisk bootstrap anbefales derfor ikke for ikke lineære modeller.

Tabell 2.3 Prosentandel PRE+RES estimat som overlapper med DB og MA estimat avhengig av estimeringsmetode og prediksjonsmodell. Syntetisk regresjons estimator (Syntetic), parametrisk-bootstrap (Parametric), vill-bootstrap (Wild), residual-bootstrap (Residual), parvis-bootstrap (Pair), parvis data bootstrap (PairData).

	MB					
Method	Synthetic	Parametric	Wild	Pair	PairData	Residual
DB						
LM	94	92	92	92	97	92
LOG-LOG	89	95	95	92	97	95
NLS		98	95	94	95	97
MA						
LM	94	92	92	92	97	92
LOG-LOG	89	95	95	92	97	95
NLS		98	95	94	95	97

Usikkerhet romlig korrelasjon (SPA)

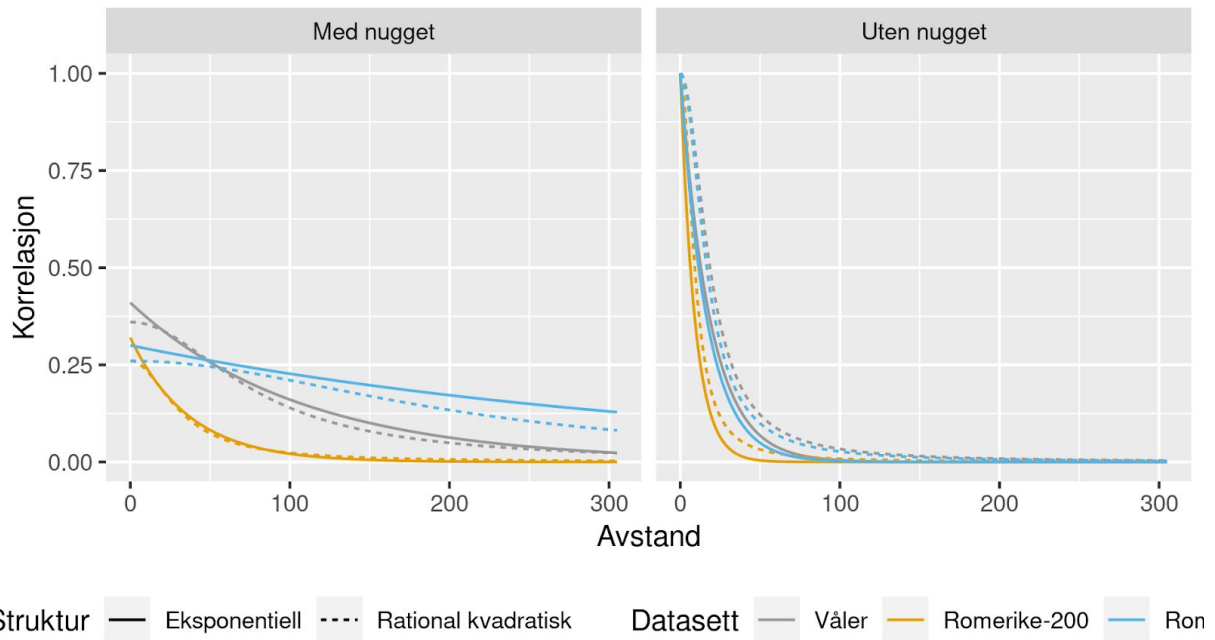
I Våler ble det tilpasset GLS modeller med kun konstantledd og ulike korrelasjonsstruktur for å modellere romlig kovarians mellom residualene for prøveflatene lokalisert i bestand (Tabell 2.4). På samme måte ble beregningsflater i to ulike størrelser benyttet på Romerike (Tabell 2.4). Alle datasett viser samme trend. For det første var alle modeller med en romlig korrelasjonsstruktur bedre enn modellen med kun skjæringspunkt basert på en likelihood ratio test ($p < 0.0001$). For alle korrelasjonstrukturer var også nugget effekten signifikant med unntak av sfærisk funksjon i Våler. Denne var heller ikke bedre en skjæringspunkt modellen. Ved vurdering av AIC verdier for modellene er eksponensial- og rational kvadratisk funksjon de to som alltid kommer best ut både med og uten en nugget effekt. Det er imidlertid slik at forskjell på funksjon med og uten nugget blir relativt liten i praksis da korrelasjonen mellom de to nærmeste beregningsflatene er ganske lik nugget i modellen. Forskjellen mellom eksponensial- og rational kvadratisk funksjon er også liten (Figure 2.3). For datasettet fra Våler og 400 m² fra Romerike er estimatene uten nugget ikke så ulike og med eksponential og rational kvadratisk funksjon. Det er i hovedsakelig en forskjell ved bruk av mindre beregningsflater. Her er vil avstanden mellom bergningsflatene være mindre og vi vil få en bedre tilpasning av funksjonen på mindre avstander. Den mest brukte funksjonen for romlig korrelasjon knyttet til skogtakst er eksponentiell funksjon (Breidenbach et al. 2016; McRoberts et al. 2019a). Breidenbach et al.(2016) beregner range til å være 23.0 m med

samme metode som her, dvs. parameterestimatet for range i funksjonen. Dette parameterestimatet kan konverteres til effektiv range ved å multiplisere med tre. McRoberts et al. (2019a) antar en effektive range på 200 m, dvs 67 m sammenlignet med tallene i denne rapporten. Denne antakelsen er basert på et konservativt tall og ser ut til å være en del høyere enn våre resultater. Eksponentialfunksjonen uten nugget er enkel og mye brukt og har gode antakelser om at korrelasjonen er 1 i samme punkt og avtar derfra. Basert på våre analyser kan rational kvadratisk være noe bedre, men forskjellen er minimal. Vi anbefaler derfor å bruke en antakelse om eksponentiell romlig korrelasjon. Siden vi mangler informasjon om de aller korteste avstanden, dvs. korrelasjoner mindre enn 15 -20 m anbefaler vi også å bruke funksjon uten nugget for en enklest praktisk implementering. Effektiv range ser ut til å være mindre enn 50-55 m. For de minste beregningsflatene på Romerike ser effektiv range ut til å være helt nede i 30 m.

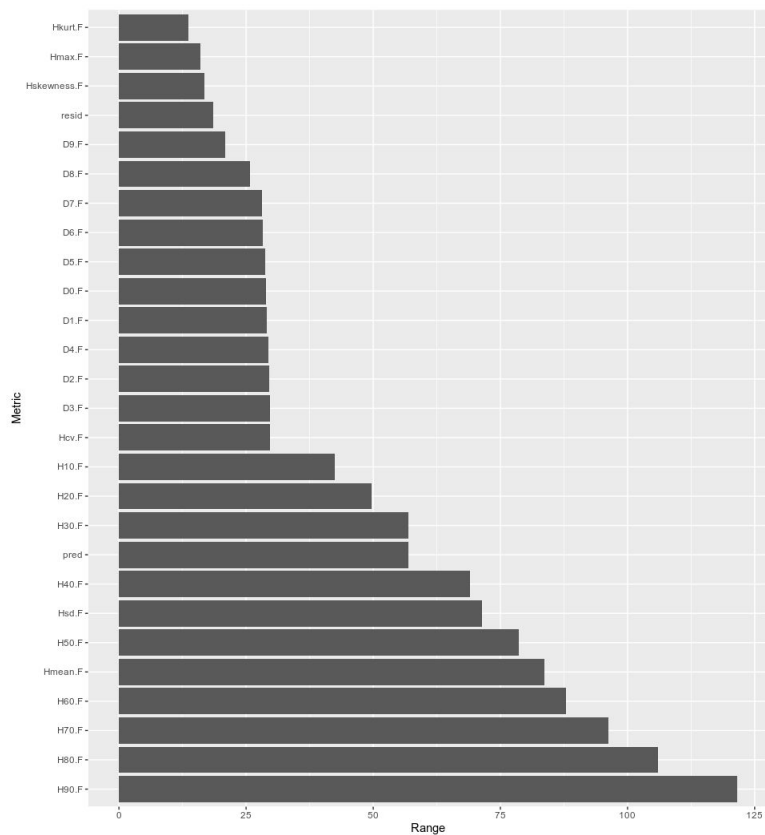
En måte å estimere range på kan være å benytte kjente data som for eksempel våre laservariabler. Vi benytte den eksponentielle funksjon og regnet ut range for våre laservariabler i Våler og Romerike. Det er lite samsvar mellom de to datasettene og det er ingen klare kandidatvariable som kan benyttes for dette (Figure 2.4, 2.5).

Tabell 2.4 Resultat for tilpasning av modeller med ulike romlige korrelasjonsstrukturer i Romerike.

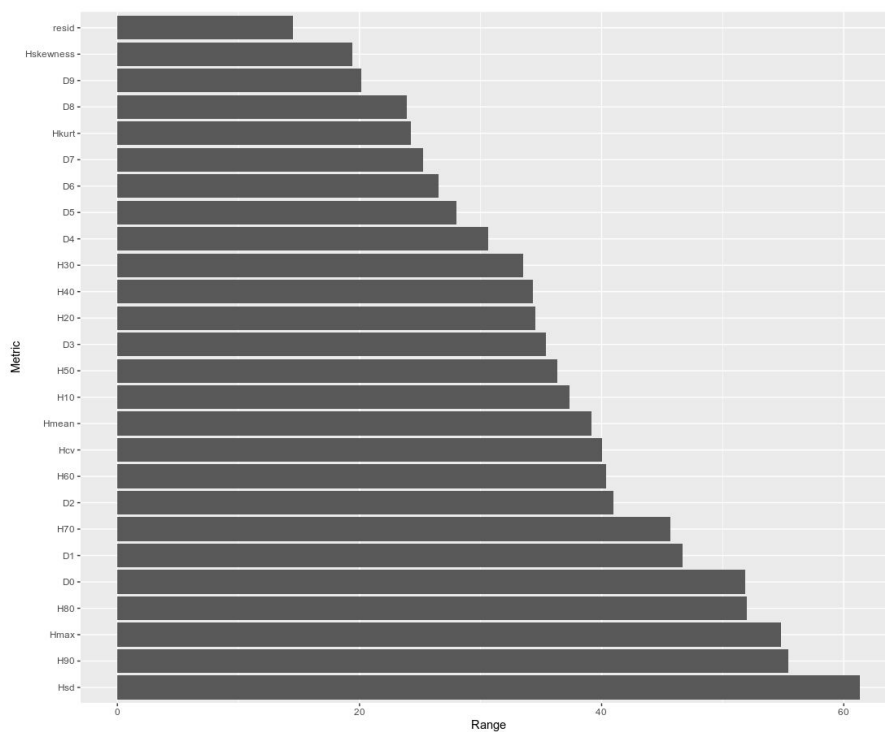
Type	Uten nugget			Med nugget		
	Rank	Range		Rank	Range	Nugget
Våler bestandsflater						
Ingen	5			5		
Ekspontiell	2	18,6		1	106,6	0,59
Gaussian	3	14,7		3	92,2	0,65
Lineær	4	22,7		4	98,8	0,57
Rational kvadratisk	1	12,2		2	79,5	0,64
Sfærisk	6	9,24		6	9,24	0,10
Romerike 200 m²						
Ingen	6	NA		6	NA	NA
Ekspontiell	2	9,1		2	36,8	0,68
Gaussian	3	10,2		3	37,7	0,76
Lineær	5	16,1		5	16,3	0,10
Rational kvadratisk	1	6,9		1	31,45	0,74
Sfærisk	4	20,4		4	118,3	0,74
Romerike 400 m²						
Ingen	6	NA		6	NA	NA
Ekspontiell	2	16,6		1	358,9	0,70
Gaussian	3	15,7		4	241,7	0,74
Lineær	5	23,6		5	24,0	0,10
Rational kvadratisk	1	11,8		3	205,7	0,74
Sfærisk	4	33,6		2	795,6	0,71



Figur 2.3 Estimert romlig korrelasjon for datasettene fra Våler og Romerike (200 og 400 m² beregningsflater) for eksponentiell og rational kvadratisk korelasjonsfunksjon.



Figur 2.4 Range for ulike laservariabler i Våler estimert med eksponentiell funksjon uten nugget.



Figur 2.5 Range for ulike laservariabler i Romerike estimert med eksponentiell funksjon uten nugget.

Usikkerhet knyttet til bestandseffekt (STA)

Bestandseffekten ble undersøkt i Våler. En modell med bestand som tilfeldig effekt ble tilpasset residualene for bestandsflatene. Bestandseffekten var ikke signifikant for lineær modell, log-log modell eller ikke-lineær modell (NLS) (Tabell 2.4).

Tabell 2.4. Estimert bestandseffekt (STA) i Våler samt sigma (σ) i modellen og p-verdi for log likelihood ratio test mot modell uten bestandseffekt.

	STA	σ	p-verdi
LM	13.8	78,5	0.07
LOG-LOG	13,2	78,4	0.09
NLS	9.1	78,4	0.40

Konklusjon

Vi fant at standardmetoder kan tilpasses og benyttes for både vanlige lineære modeller og log-log-modellene. Dette er metoder som er mye benyttet i dagens lasertakster. Videre kan ulike simuleringsmetoder benyttes for alle typer prediksjonsmodeller. Nøyaktighet knyttet til modellprediksjon er stor og har godt samsvar med data fra felt. For over 90% av bestandene i Våler overlapper laserpredikerte verdier for volum de feltmålte verdier når vi tar hensyn til usikkerhet i prediksjonsmodellen. Tar vi i tillegg hensyn til usikkerheten forårsaket av residualfeilen til modellen, øker overlappet ytterligere og vi er svært nær 95% overlapp. Det er dette som kan forventes av et 95% konfidensintervall. Romlig kovarians i residualene kan inkluderes ved å anta en romlig funksjon for fordeling av korrelasjoner mellom residualer.

Våre resultater antyder at en eksponensialfunksjon bør benyttes med en avstandsparameter på 50-55 m. I praksis er det et godt overlapp for kombinasjonen av usikkerhet i prediksjoner og residualer slik at romlig kovarians kan utelates. Regneformler som inkluderte at feilen øker med økenden volum og at det eksisterer en bestandseffekt ble også vurdert. Våre resultater tyder på at disse effektene er av mindre betydning.

I sum er den praktiske konsekvensen av disse teoretiske og empiriske vurderingene at beregning av nøyaktigheten av volum på bestandsnivå relativt lett kan inkluderes i dagens skogbruksplaner. Det krever ingen endring av dagens praksis når det gjelder taksering og beregningsløyper, men regneformlene for nøyaktighet må inkluderes i produksjonsløypene som benyttes.

Del 3. Demonstrasjon av nøyaktighet på bestandsnivå

Introduksjon

En viktig del av prosjektet var å demonstrere metoden i en operativ områdetakst i regi av en skogplaninstitusjon. Dette innebærer utprøving av metodene beskrevet ovenfor, samt en vurdering av framstillingsformer av nøyaktighetsinformasjonen. Først benyttes metodene over for å beregne nøyaktigheten i en pågående områdetakst slik at nytten av nøyaktighetsinformasjon på bestandsnivå kunne vurderes. Vi analyser hvordan de ulike feilene fordeler seg avhenging av strata, bestandsstørrelser og andre egenskaper ved bestandet. I tillegg blir ulike framstillingsformer av nøyaktighetsinformasjonen i skogbruksplan presentert og drøftet med ulike brukere i regi av en skogplaninstitusjon

Framstillingsformer av usikkerhet i skogbruksplan

Det vil være svært mange muligheter for å presentere usikkerhet i skogbruksplanen, både knyttet til tematiske kart, påskrifter på kart og i presentasjon av tabellinformasjon i digitale løsninger. Formålet med denne delen er å illustrere og diskutere noen ulike metoder for å presentere nøyaktighetsinformasjonen.

Nøyaktigheten beregnes i dette prosjektet som en kontinuerlig variabel, som varians eller standardfeil. I skogbruksplanen presenteres informasjon både i form av tematiske kart og som informasjon om det enkelte bestand. Presentasjon av nøyaktighet i form av kart kan i klassisks kartografi symboliseres med farge, orientering, form, størrelse, tekstur og verdi. Disse kan igjen brukes på punkt, linjer og områder i kartet. For presentasjon av bestandsinformasjon vil punkt eller polygon være naturlig valg da nøyaktigheten er knyttet til bestandet og ikke bestandsgrensen.

Den enkleste måten å symbolisere nøyaktighet på er antakelig ved bruk av trafikklys-prinsippet (Van der Wel et al. 1998). Inndeling av nøyaktigheten i tre klasser som symboliseres med rød, gult og grønt. Mer kreative framstillingsformer for usikkerhet i kart fra fjermmåling inkludere bruk av lyd (Fisher 1994). Ideen er at lyden vil variere når man beveger kursoren i kartet. For eksempel kan støy knyttets til usikre bestand.

Foruten trafikklysprinsippet over er presentasjon av nøyaktighetsinformasjonen direkte som en kontinuerligvariable en enkel tilnærming. Presentasjon som standardfeil eller helt/halvt

konfidensintervall vil være nærliggende løsninger. For eksempel kan 95% konfidensintervallet for bestandets volum vises som påskrift i volum per hektar (Figur 3.1). Nøyaktigheten kan også framstilles i kart som en gradient av den kontinuerlige variabelen for eksempel fra grønt til rødt via gult for å følge trafikklysprinsippet (Figur 3.2).

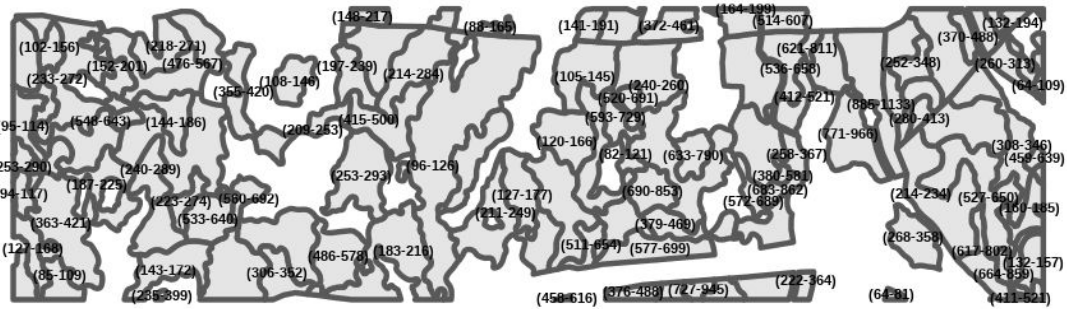


Figure 3.1 Nøyaktighet illustrert som konfidensintervall for alle bestand.

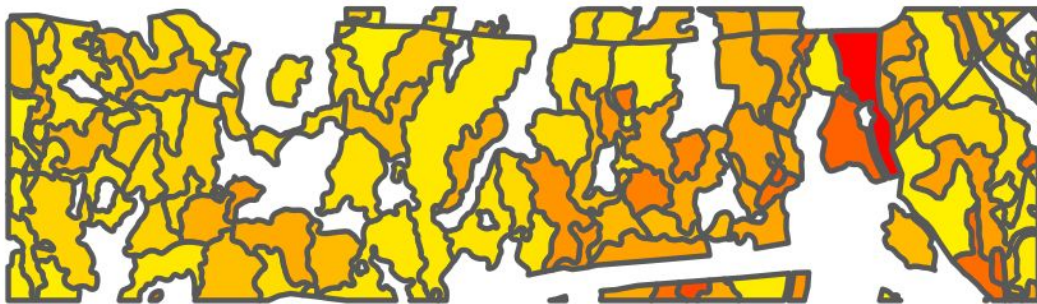


Figure 3.2 Nøyaktighet i bestand presentert som gradient av standardfeil (grønn - liten feil via gult - middels feil til rødt stor feil). Gradienten er beregnet over alle bestand i Eidsvoll. Grønt er ikke tilgjengelig i denne illustrasjonen.

En annen svært nærliggende metode er dele usikkerheten inn i klasser, for eksempel etter trafikklysprinsippet, grønt, gult og rødt. I hovedsak benytter vi tre klasser for å eksemplifisere slike fremstillingsmetoder, men det kan selvfølgelig bli benyttet fler enn tre klasser. For inndeling i klasser kan man benytte flere metoder. For eksempel kan vi benytte quantile og gruppere like mange bestand i hver klasse (Figur 3.3). I figur 3.3 beregnes grensene for de tre klassene fra standardfeilen i hele taksten. En tredjedel av bestanden blir illustrert med grønt (høy nøyaktighet), den neste tredjedelen blir illustrert med gult (middelsnøyaktighet) og de resterende bestanden blir illustrert med rødt (lav nøyaktighet). Klassene kan også beregnes stratavis (Figur 3.4) eller for den enkelte skogeiendom (ikke vist). Videre kan man dele klassene inn etter standardfeilen i prosent av det volumet i bestandet (Figur 3.5). Dette er den normale måten å presentere bestandsnøyaktigheten på i dag der man gjerne sier at feilen av volum er 10 - 15 %. I en takstsammenheng kan man nok ønske at informasjon

presenteres likt over større områder slik at et sett med tegneregler kan defineres. Inndeling av strata varierer mellom prosjekter så definering av terskelverdier vil måtte etableres for hogstklasser/treslag/boniteter. Tilnærmingen med inndeling av gruppene med standardfeil i prosent av er enklere og følger i hovedsak dagens angivelse av nøyaktighet. En standardisering på 0-5%, 5-10% og >10% er illustrert i Figur 3.6.

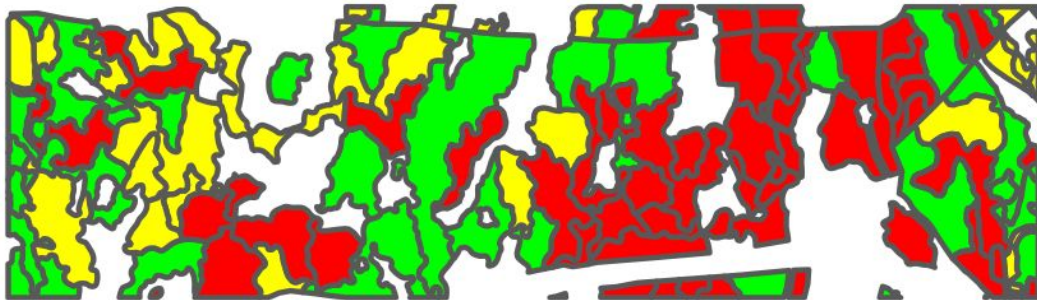


Figure 3.3 Nøyaktighet i bestand presentert som tre klasser av standardfeil (grønn - liten feil, gult - middels feil og rød stor feil. Klassen er beregnet over alle bestand i Eidsvoll.

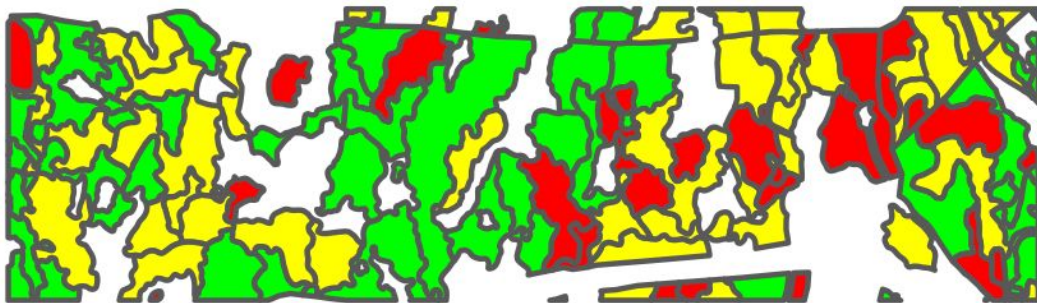


Figure 3.4 Nøyaktighet i bestand presentert som tre klasser av standardfeil (grønn - liten feil, gult - middels feil og rød stor feil. Klassen er beregnet stratavis over alle bestand i Eidsvoll.

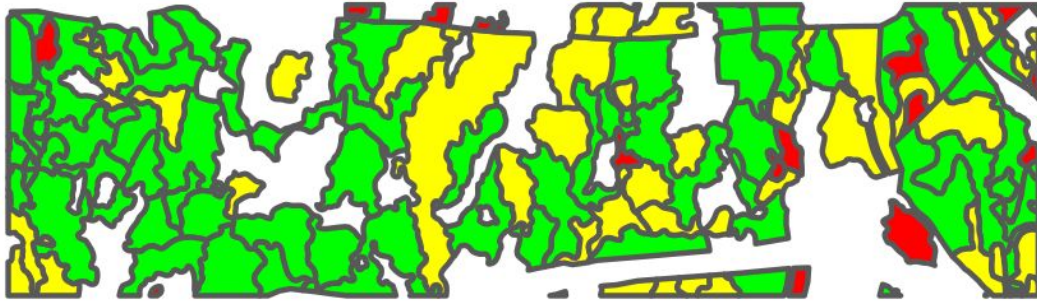


Figure 3.5 Nøyaktighet i bestand presentert som tre klasser av standardfeil i prosent av bestandsvolum (grønn - liten feil, gult - middels feil og rød stor feil. Klassen er beregnet stratavis over alle bestand i Eidsvoll.

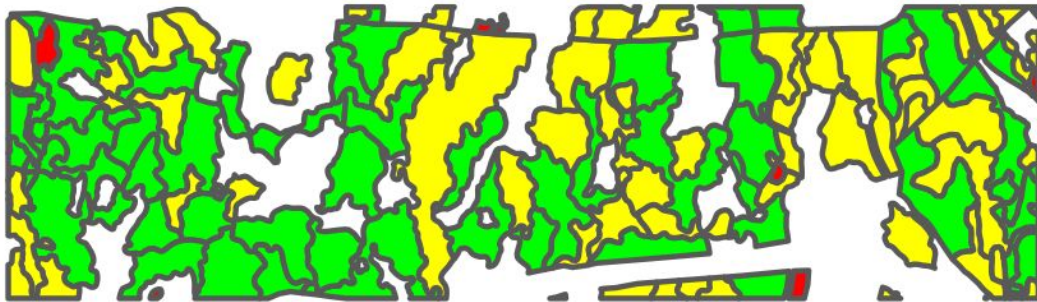


Figure 3.6 Nøyaktighet i bestand presentert som tre klasser 0-5%, 5-10% og >10% av standardfeil i prosent av bestandsvolum (grønn - liten feil, gult - middels feil og rød stor feil. Klassen er beregnet stratavis over alle bestand i Eidsvoll.

Informasjonen over kan også angis ved hjelp av punktinformasjon. Punkt illustrasjoner som farge, form, størrelse kan også benyttes i tilknytning til bestands informasjon i tabellform eller andre visningstype. Et eksempel utenfor skogbruket er langtidsvarselet til yr.no der en farget trekant i tilknytning til varslings symbolet forteller om sikkerheten til varselet. Vi vil gi noen eksempler for slike visningssymboler knyttet til framstilling i kart, men disse kan også brukes i andre visningsformer. Emoji'er er populære og enkle symboler som enkelt viser ulike egenskaper eller stemninger. I presentasjoner av prosjektet har vi benyttet emoji'er for å kommunisere hovedmålet med prosjektet. Det at volumestimatet i alle bestand har en usikkerhet knyttet til seg og den kan vises, for eksempel med et smilefjes 😊, nøytralt fjes 😐, eller surt fjes ☹️, nøyaktigheten for ulike bestand er intuitiv (Figur 3.7)

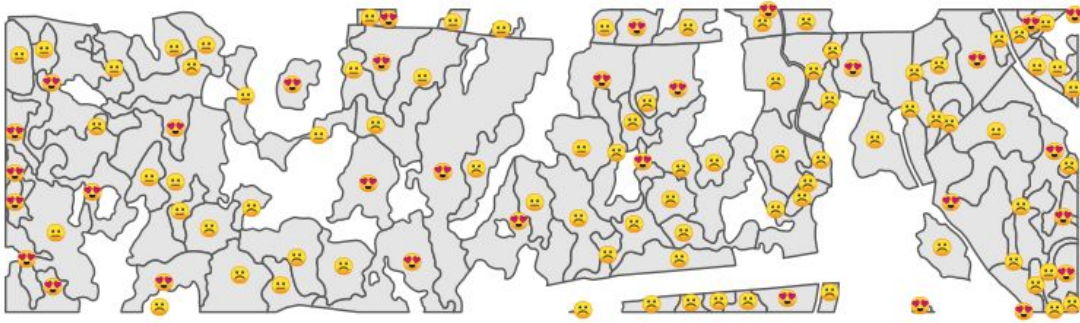


Figure 3.7 Kartet i Figur illustrert som punktinformasjon med emoji'er.

En visuell presentasjon av feil i form av punkt og symbol er aktuelt for kartvisning, men kan også integreres ved framstilling av informasjon i tabell/faktaark informasjon. Størrelse på symbolene kan f.eks reguleres basert på den kontinuerlige verdien standardfeilen (Figur 3.8). Et annet alternativ som kombinerer farge, størrelse og form er å bruke piler som indikere om standardfeilen er lavere eller høyere en det som er gjennomsnitt for strataet eller en annen inndeling man velger (Figur 3.9).



Figure 3.8 Nøyaktighet i bestand presentert som punkt symbol som øker i størrelse med økende standardfeil. Klassen er beregnet over alle bestand i Eidsvoll.

Gjennomgangen over viser ulike måter for å framstille nøyaktighetsinformasjonen på bestandsnivå. Det er ikke nødvendigvis slik at en framstillingsmetode dekker alle behov. Det kan også være nødvendig og variere klasser for ulike brukere. For eksempel kan ulike laseropptak gi ulike nøyaktigheter ulike steder i en kommune. For den enkelte skogeier vil derfor klasser tilpasset eidendom være en naturlig utgangspunkt, mens for skogbruksledere etc. som jobber over et større område vil klassene måtte standardiseres for et det aktuelle området. Ulike brukere vil også ha ulike behov og således behov for tilpasset informasjon. Likevel ser en tilnærming som følger dagens tradisjon med å oppgi standardfeil i prosent av volum den mest nærliggende nøyaktighet informasjon å framstille. Her er det også lettes å

standardisere fremstillingsmetoden. Alternativt vil konfidensintervall være et en mulighet, særlig i tabell informasjonen.

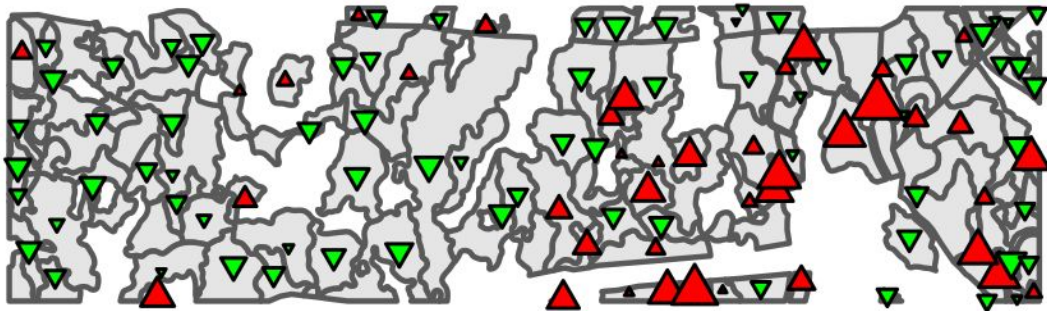


Figure 3.9 Nøyaktighet i bestand presentert som to klasser av standardfeil beregnet stratavis over alle bestand. De to klassene illustrerer standardfeil lavere (grønn) og høyere (rød) en gjennomsnitt i strataet. Størrelsen beskriver avviket som en kontinuerlig gradient.

Materiale

Studieområde

Nøyaktighet på bestandsnivå ble beregnet for Eidsvoll taksten som dekker 144 km² skog i Eidsvoll kommune. Takstprosjektet er gjennomført i regi av Glommen-Mjøsen skog SA.

Laserdata

Laserdata benyttet i prosjektet ble hentet fra nasjonal høydemodell (NDH) prosjektet og innsamlet over to år. Prosjektet Eidsvoll-Hurdal-Totenåsen Nord ble flydd i oktober 2016 med en Riegl LMS Q-1560, mens prosjektet Eidsvoll-Hurdal-Totenåsen Sør ble flydd i oktober 2017 med en rieg VQ-1560i. Begge prosjektene hadde en punkttetthet på ca 5 punkt m⁻². Laservariabler ble beregnet basert basert på Næsset og Gobakken (2008).

Feltdata

Prøveflatetakst ble gjennomført i mai, juni, august, september og oktober 2018. Det ble etablert to uavhengige prøveflate datasett for de to laserdata prosjektene. De to prosjektene ble benevnt Nord og Sør. Totalt ble det gjort registreringer på 324 prøveflater i hogstklasse III - V. Registreringen ble gjort på 250 m² flater etter normal takstinstruks. I hogstklasse III - V ble det benyttet fire strata for hver av laserprosjektene. Se tabell 1 for oversikt over strata inndeling og antall prøveflater.

Tabell 3.1 Inndeling av stratum i Eidsvoll taksten og antall prøveflater.

Stratum	Treslag	Hogstklasse	Bonitet	Nord	Sør
1	Gran og furu	IV-V	≤14	44	45
2	Gran og furu	IV-V	>14	46	50
3	Gran og furu	Yngre III	Alle	34	36

4	Gran og furu	Eldre III	Alle	33	36
---	--------------	-----------	------	----	----

Metoder

Areal-basert lasertakst

Laservariabler ble beregnet og modeller ble tilpasset for de fire strataene og de to områdene. Modellene var kjent fra den originale taksten, men parametere ble tilpasset på nytt. I stedet for log-log modeller ble det tilpasset ikke lineære multiplikative modeller. Dette fjerner utfordringer knyttet til systematiske feil på grunn av tilbake-transformasjonen. Antallet flater i de ulike stratumet avvek noe fra original taksten. Det ble blant observert at ikke alle flater i de respektive delene var dekket med laserdata i laserdatasettene lastet ned fra hoydedata.no. Totalt ble det tilpasset 8 forskjellige modeller.

Beregning av usikkerhet

Modell feilen (PRE) ble estimert ved residual-bootstrap. I denne prosedyren ble sentrerte residualer valgt ut med tilbakelegging og lagt til modell verdiene fra den originale modellen. Denne prosedyren ble repetert 100 ganger og parameterestimaterne i modellen ble benyttet for prediksjon og estimering av gjennomsnitt og varians på bestandsnivå.

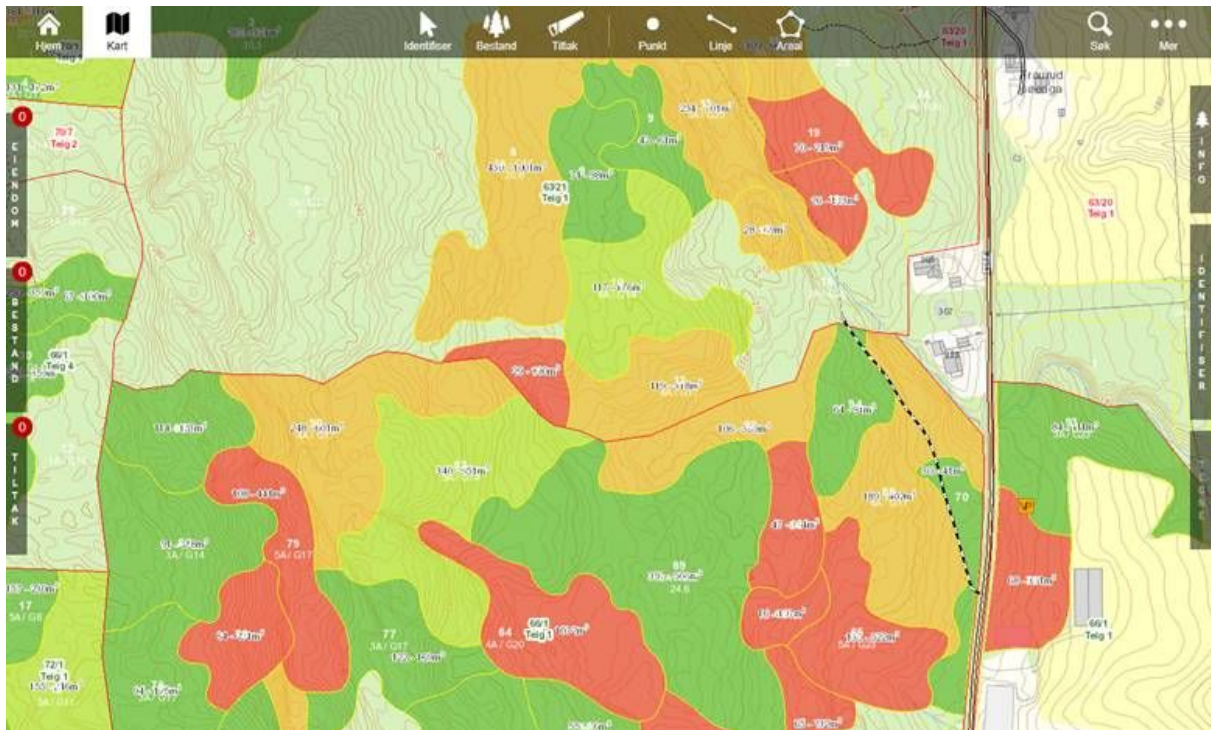
Residual feilen (RES) ble estimert basert på en 4-trinns prosedyren beskrevet av McRoberts et al. (McRoberts et al. 2016). Denne ble brukt for å ta høyde for heteroskedasitet i modell residualene. De fire stegen i modellen er som følger: 1) ble par av residualer og modell prediksjoner av volum fra kalibreringsdata ble sortert med tanke på modell prediksjonen, 2) videre ble parene delt inn i grupper på 10, 3) innen hver gruppe ble standardavviket til residualene, $\hat{\sigma}_g$, beregnet, der residualene er: $\epsilon = y_i - \hat{y}_i$, 4) sammenhengen mellom standardavviket i hver gruppe, $\hat{\sigma}_g$ og modell prediksjon i gruppa, \tilde{y}_g ble modellert ved denne modellen:

$$\hat{\sigma}_g = \lambda * \tilde{y}_g + \epsilon_g$$

der λ er en modellparameter som estimeres. Usikkerhet knyttet til romlig kovarians (SPA) ble ikke estimert.

Brukerevaluering

Glommen-Mjøsen Skog SA etablerte temakart som viser nivået på feilestimatet. Temakartet ble laget til og gjort tilgjengelig for noen testbrukere innenfor forsøksområdet i Eidsvoll (Figur 3.14). Det estimerte feil nivået ble symbolisert med fire forskjellige farger (lys grønn, grønn, orange og rødt). I tillegg ble konfidensintervallet for bestandsvolumet vist som påskrift i kartet. Skogbruksleder i eidsvoll (Aleksander Wogstad) og allmenningsbestyrer i Eidsvoll Almenning (Kari Hägg) hadde tilgang til temakartet i en periode. Ved slutten av perioden rapporterte de erfaringer ved bruk av kartet til Glommen-Mjøsen Skog SA. Ansatte ved Glommen-Mjøsen Skog sin planavdeling (Vegard Lien og Geir Korsvold) ga også tilbakemeldinger og kommentarer knyttet til nytte av nøyaktighet på bestandsnivå.



Figur 3.10 Symbolisering i Glommen-Mjøsen Skog sin kartløsning (Illustrasjon Glommen-Mjøsen Skog SA, Vegard Lien)

Resultater og diskusjon

Demonstrasjon av nøyaktighetsberegning

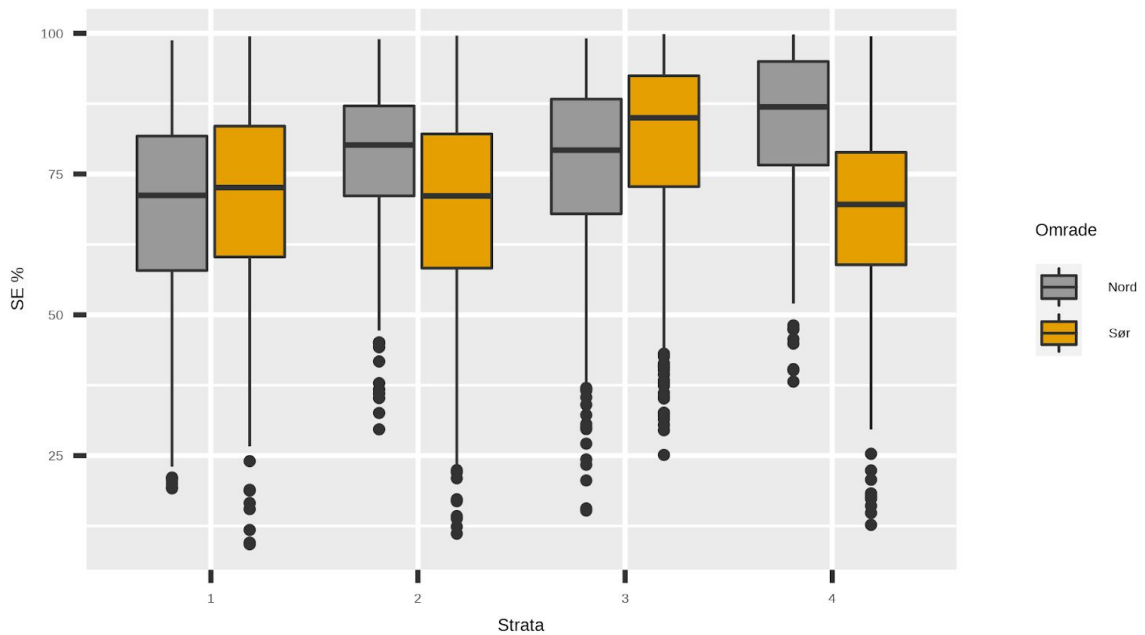
Ikke lineære modeller ble tilpasset datasettet og de målte prøveflatene. Resultatene er i tråd med resultatene oppnådd i den opprinnelige taksten, men noe høyere RMSE for enkelte strata (Tabell 3.2). Dette kan skyldes noe ulikt antall prøveflater og andre avvik i modellering. Forskjellene er minimale og antas ikke å virke inn på resultatet.

Varians beregnet ut fra residual-bootstrap er i gjennomsnitt 55% av totale variansen (PRE+RES), men varierer fra 49 - 73% avhengig av område og stratum. Standardfeilen har en gjennomsnitt på 73% og varierer mellom 68 til 84%. Men variasjonen mellom bestand var stor (Figur 3.11). Det var også tydelige sammenhenger med modellen brukt og usikkerheten beregnet.

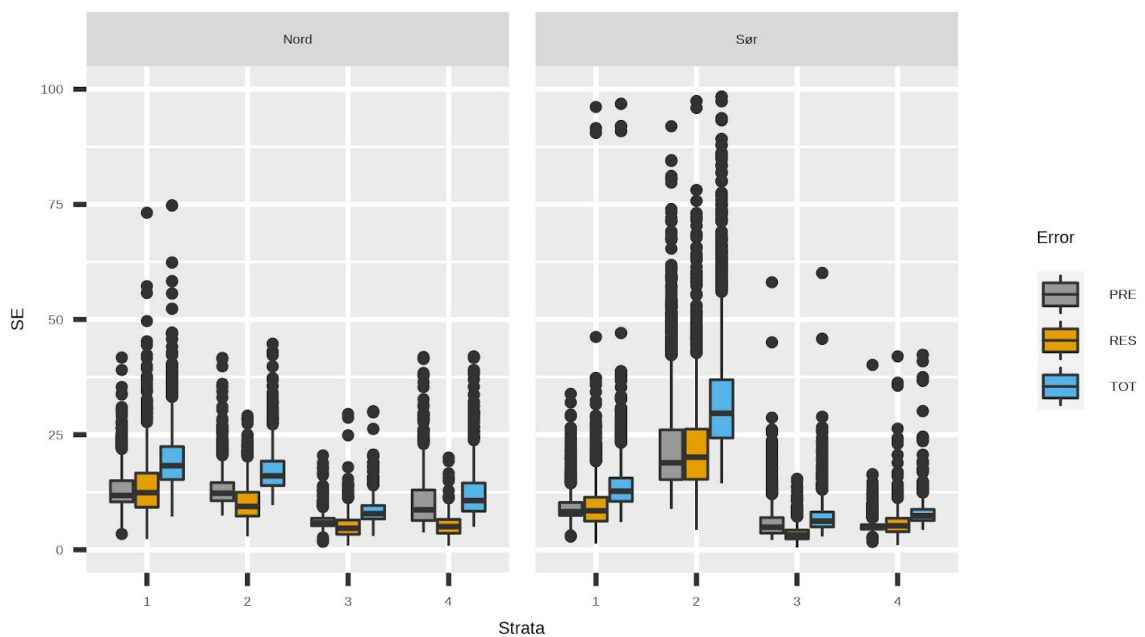
Tabell 3.2 Regresjonsfunksjon og resultat for modelltilpassning for ulike stratum og områder.

Område	Stratum	Modell	Sigma	RMSE	r ²
Nord	1	$V = 4.941 \cdot H_{80} \cdot F^{1.646} \cdot D_0 \cdot F^{2.097}$	72.2	69.1	0.88
Nord	2	$V = 8.319 \cdot H_{70} \cdot F^{1.695} \cdot D_0 \cdot F^{2.089} \cdot H_{sd} \cdot L^{-0.526}$	51.7	49.2	0.96
Nord	3	$V = 32.269 \cdot H_{90} \cdot F^{0.96} \cdot D_0 \cdot L^{1.161}$	28.9	27.4	0.91
Nord	4	$V = 5.702 \cdot D_3 \cdot F^{0.95} \cdot H_{90} \cdot L^{1.591}$	28.6	27.2	0.95
Sør	1	$V = 3.084 \cdot H_{90} \cdot F^{1.677} \cdot D_1 \cdot F^{1.379}$	43.1	41.6	0.93
Sør	2	$V = 28.03 \cdot H_{40} \cdot L^{1.307} \cdot D_0 \cdot L^{0.989}$	95.3	92.2	0.89

Sør	3	$V = 29.958 \cdot H50 \cdot F^{1.111} \cdot D1 \cdot L^{0.871}$	17.2	16.4	0.93
Sør	4	$V = 6.178 \cdot H60 \cdot F^{1.592} \cdot D0 \cdot F^{1.623}$	25.6	24.5	0.96

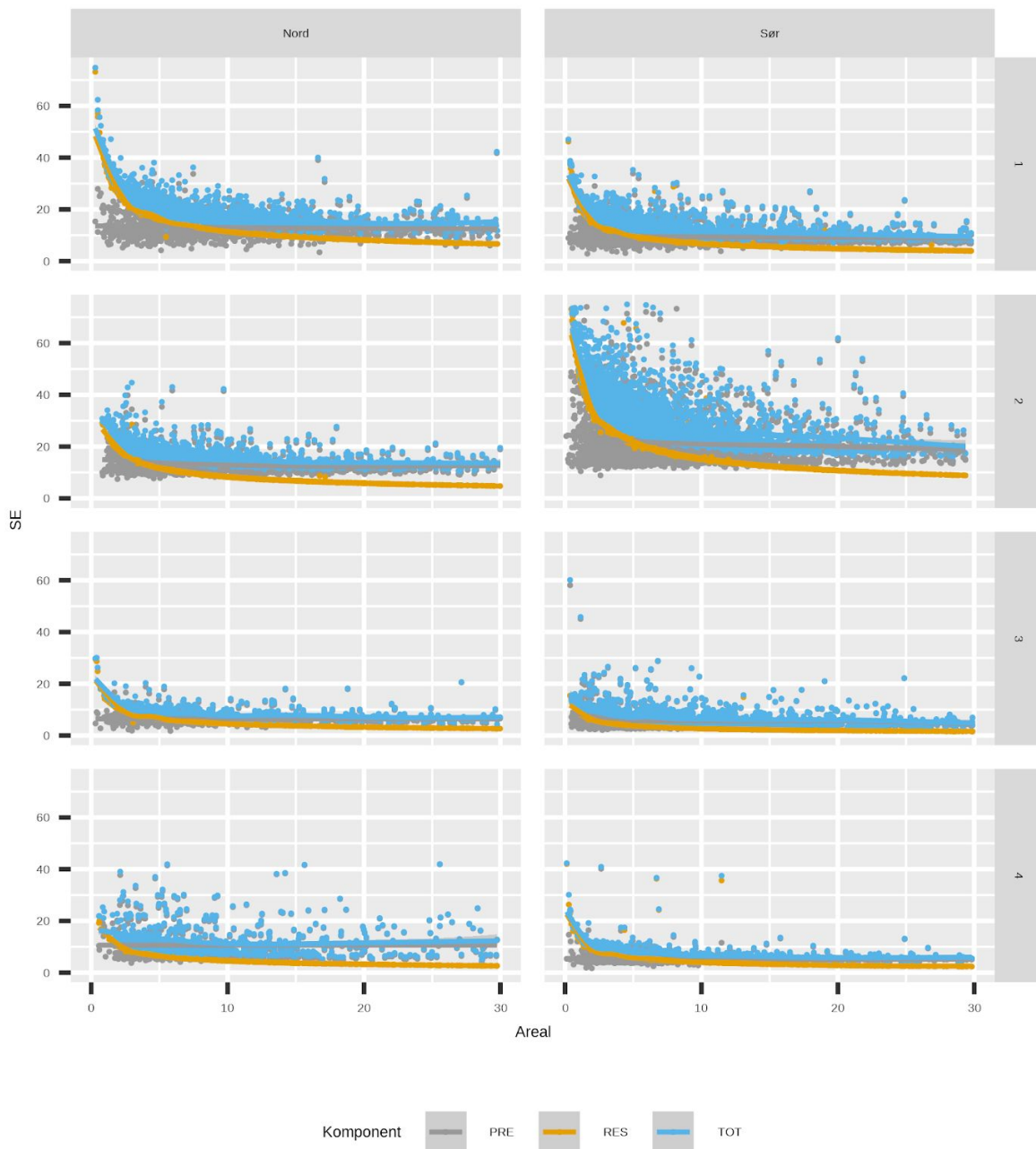


Figur 3.11 Andelen av prediksjonsfeilens (PRE) bidrag for ulike strata og områder.

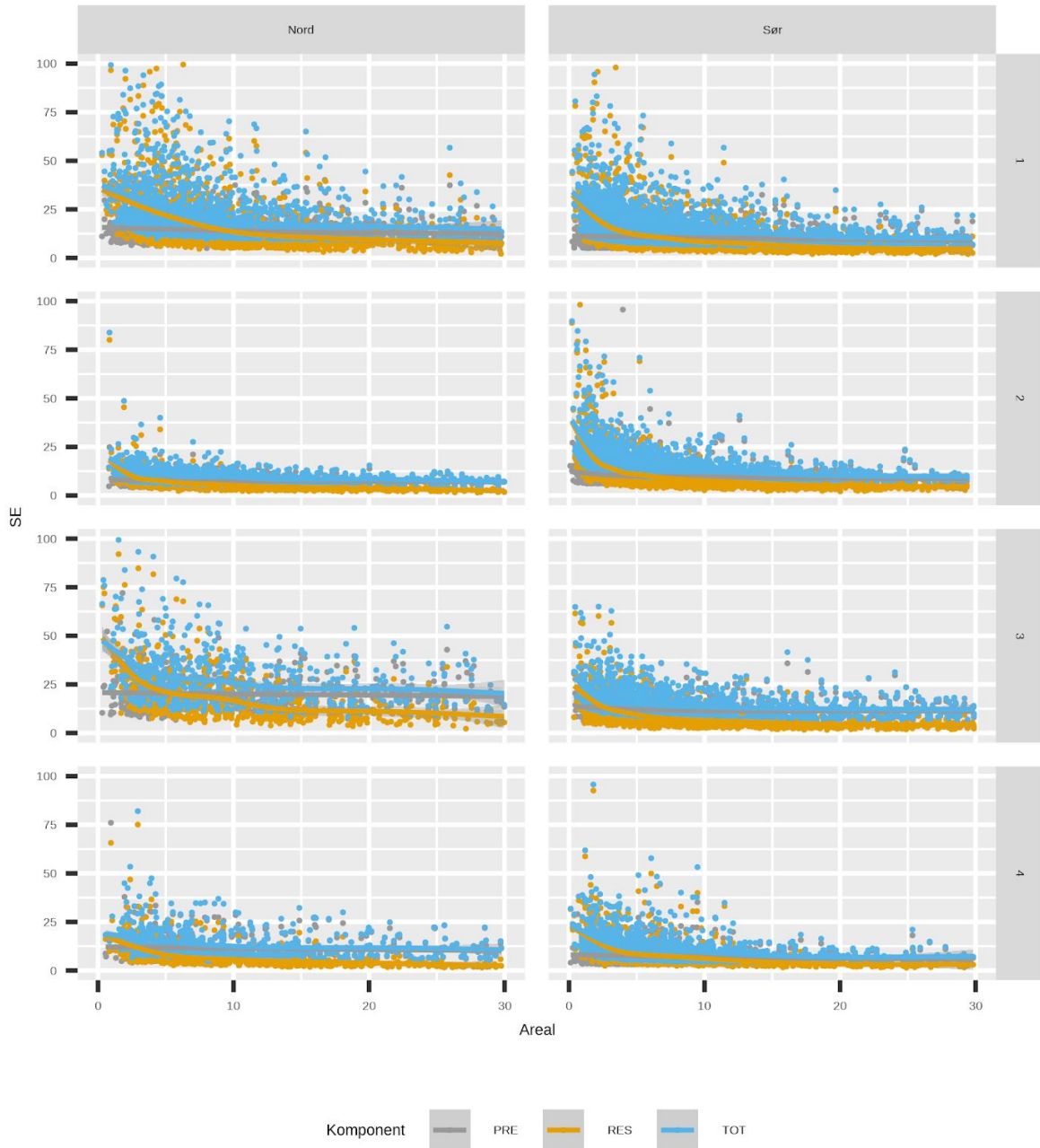


Figur 3.12 Standardfeil i bestand beregnet for prediksjonsfeil (PRE), residual feil (RES) og totalt (TOT) for ulike strata og områder.

Bestandsstørrelse påvirker residualfeilen direkte ut fra måten den beregnes. Det vil si at små bestand automatisk får en større feil enn store bestand. Dette kommer tydelig fram når vi ser på fordeling av SE i ulike bestand. Videre ser vi at usikkerheten knyttet til modellprediksjonene er mindre påvirket av bestandsstørrelse (Figur 3.13). De samme bestandene med to standardfeil i forhold til predikert volum gir en gjennomsnittlig feil på bestandsnivå på 16.3% og varierte fra 11.6% til 16.1% i sør og 10.0% til 29.3% i nord.



Figur 3.13 Standardfeil ved ulike feilkomponenter for bestand med ulike bestandsstørrelser fordelt på strata og områder.



Figur 3.14 Standardfeil i prosent av predikert volum i bestand ved ulike feilkomponenter for bestand ulike bestandsstørrelser fordelt på strata og områder.

Brukerevaluering

Skogbruksleder i Eidsvoll har gjort noen sammenligninger mellom oppgitte verdier i planen og rapporterte tall fra hogstmaskin på avvirkede bestand. Han har i de tilfellene fått veldig godt samsvar mellom de to tallene. Begge er langt unna yttergrensene på konfidensintervallene. Vurderinger er at konfidensintervallene kanskje ikke er av kjempestor interesse, men en symbolisering av feilnivået kan være kjekt, da «grønne områder» indikerer at volumtallene i skogbruksplanen kan brukes «som de står». Derimot hvis bestandet er symbolisert med oransje og rødt kan det være aktuelt å gjøre skogeier oppmerksom på at det avvirkede kvantumet kan avvike en del fra det planlagte. Eller i det minste ha dette i bakhodet ved produksjonsplanleggingen. Tilbakemeldingen antyder at konfidensintervallene er store nok og at fraværet av feil knyttet til kovarians mellom residualene (SPA) og en bestandseffekt (STA) ikke er nødvendig, men antall bestand som ble vurdert var relativt lavt.

Almenningsbestyreren i Eidsvoll almenning hadde dessverre ikke fått benyttet temakartet så mye som ønsket. Men generelt så er hun i den oppfatning av at all informasjon som kan støtte de beslutninger som gjøres i skogen er av interesse. Dette gjelder spesielt for allmenningen, der hovedinntektene kommer fra tømmeret. For å møte de kravene om økonomiske resultatene eierne setter er det viktig å optimalisere alle operasjoner i skogforvaltningen. Da kan nøyaktigheten på bestandsnivå være til god hjelp for detaljplanlegging av drifter i løpet av en sesong.

Skogbrukslederen mentet at nytteverdiene ikke nødvendigvis gir så veldig mye nytte for den vanlige skogeier. Vurderingen er at bestandsnøyaktighetsinformasjonen vil være nyttigere for større skogeiere ved operativ og strategisk planlegging. Eidsvoll almenning støttet vurderingen av at nytteverdien for slik informasjon stort sett lå hos større skogeiere. Glommen-Mjøsen Skog SA vurderer også hvilke sluttbrukere som primært er i målgruppen for informasjon om nøyaktigheten av volum på bestandsnivå. De vurderer at dette er for de som har vesentlig inntekter fra tømmer salg, og kan kompetanse til å benytte informasjonen i operativ planlegging.

Videre peker Glommen-Mjøsen Skog SA på at i en situasjon der omsetning av tømmer gjøres direkte mellom selger og kjøper uten bruk av skogbruksleder eller tømmerinnkjøper som mellomledd, kan det tenkes at denne informasjonen gir merverdi for kjøper, og muligheter for økte inntekter også for mindre skogeiere. På samme måte som ved tømmeromsetning, kan denne informasjonen være nyttig ved fastsettelse av kjøpesum for hele skogeiendommer.

Glommen-Mjøsen Skog SA påpeker også på viktigheten av at feilnivået estimeres så presist som mulig, og at det ikke er store forskjeller i dette mellom takstprosjekter. På hvordan feilnivåestimatet bør presenteres er Glommen-Mjøsen litt usikre på. De foreslår at dersom det ikke benyttes temakart for å symbolisere feilnivået så kan det i stedet tenkes at volumtallene i tabellene får en tilleggsopplysning der feilnivået er angitt, eksempelvis

1025m³ ±10%. Det er også viktig å bemerke at det på summerte tall, altså flere bestand, også tas hensyn til at feilen totalt sett også blir mindre.

Konklusjon

Basert på eksemplifiserte fremstillingsmetoder og tilbakemeldinger fra Glommen-Mjøsen Skog SA er en framstillingsmåte som kan standardiseres over flere takstprosjekter å foretrekke. Derfor er det mest informativt å presentere standardfeilen i prosent av bestandets volum. Dette letter sammenligning og kommunikasjon av nøyaktigheten og muliggjør en standardisering på tvers av takstprosjekter der ulike strata og modeller er brukt. Videre pekes det på at selv om feil knyttet til romlig kovarians ikke er beregnet dekker konfidensintervallene godt volumet i bestandet. Brukererfaringen i prosjektet er noe begrenset, men tilbakemeldingene antyder at dette i hovedsak er et produkt som avanserte brukere kan dra nytte av i sin planlegging.

Kilder

- Bater C.W., Wulder M.A., Coops N.C., Nelson R.F., Hilker T., Nasset E. (2011). Stability of Sample-Based Scanning-LiDAR-Derived Vegetation Metrics for Forest Monitoring. *IEEE transactions on geoscience and remote sensing: a publication of the IEEE Geoscience and Remote Sensing Society* 49: 2385–2392.
<https://doi.org/10.1109/TGRS.2010.2099232>.
- Breidenbach J., McRoberts R.E., Astrup R. (2016). Empirical coverage of model-based variance estimators for remote sensing assisted estimation of stand-level timber volume. *Remote sensing of environment* 173: 274–281.
<https://doi.org/10.1016/j.rse.2015.07.026>.
- Breidenbach J., Næsset E., Lien V., Gobakken T., Solberg S. (2010). Prediction of species specific forest inventory attributes using a nonparametric semi-individual tree crown approach based on fused airborne laser scanning and multispectral data. *Remote sensing of environment* 114: 911–924. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2009.12.004>.
- Chen Q., McRoberts R.E., Wang C., Radtke P.J. (2016). Forest aboveground biomass mapping and estimation across multiple spatial scales using model-based inference. *Remote sensing of environment* 184: 350–360.
<https://doi.org/10.1016/j.rse.2016.07.023>.
- Efron B. (1986). Discussion: Jackknife, Bootstrap and Other Resampling Methods in Regression Analysis. *Annals of statistics* 14: 1301–1304.
- Efron B., Tibshirani R. (1986). Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy. *Statistical science: a review journal of the Institute of Mathematical Statistics*.
- Eid T., Gobakken T., Næsset E. (2004). Comparing stand inventories for large areas based on photo-interpretation and laser scanning by means of cost-plus-loss analyses. *Scandinavian journal of forest research* 19: 512–523.
<https://doi.org/10.1080/02827580410019463>.
- Elzhov T.V., Mullen K.M., Spiess A.-N., Bolker B. (2016). minpack. Im: R interface to the Levenberg-Marquardt nonlinear least-squares algorithm found in MINPACK, plus support for bounds. R package version 1.2-1. .
- Ene L.T., Gobakken T., Andersen H.-E., Næsset E., Cook B.D., Morton D.C. et al. (2018). Large-area hybrid estimation of aboveground biomass in interior Alaska using airborne laser scanning data. *Remote sensing of environment* 204: 741–755.
<https://doi.org/10.1016/j.rse.2017.09.027>.

- Esteban J., McRoberts R.E., Fernández-Landa A., Tomé J.L., Næsset E. (2019). Estimating Forest Volume and Biomass and Their Changes Using Random Forests and Remotely Sensed Data. *Remote Sensing* 11: 1944. <https://doi.org/10.3390/rs11161944>.
- Finney D.J. (1941). On the Distribution of a Variate Whose Logarithm is Normally Distributed. *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society* 7: 155. <https://doi.org/10.2307/2983663>.
- Fisher P.F. (1994). Hearing the Reliability In Classified Remotely Sensed Images. *New Zealand cartography and geographic information systems: the journal of the New Zealand Cartographic Society* 21: 31–36. <https://doi.org/10.1559/152304094782563975>.
- Flewelling J.W., Pienaar L.V. (1981). Multiplicative Regression with Lognormal Errors. *Forest Science* 27: 281–289.
- Gobakken T., Bollandsås O.M., Næsset E. (2015). Comparing biophysical forest characteristics estimated from photogrammetric matching of aerial images and airborne laser scanning data. *Scandinavian journal of forest research / issued bimonthly by the Nordic Forest Research Cooperation Committee* 30: 73–86. <https://doi.org/10.1080/02827581.2014.961954>.
- Goldberger A.S. (1968). The Interpretation and Estimation of Cobb-Douglas Functions. *Econometrica: journal of the Econometric Society* 36: 464–472. <https://doi.org/10.2307/1909517>.
- Hauglin M., Hansen E., Sørngård E., Næsset E., Gobakken T. (2018). Utilizing accurately positioned harvester data: modelling forest volume with airborne laser scanning. *Canadian journal of forest research. Journal canadien de la recherche forestiere* 48: 913–922. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2017-0467>.
- Hauglin M., Hansen E.H., Næsset E., Busterud B.E., Gjevestad J.G.O., Gobakken T. (2017). Accurate single-tree positions from a harvester: a test of two global satellite-based positioning systems. *Scandinavian journal of forest research / issued bimonthly by the Nordic Forest Research Cooperation Committee* : 1–8. <https://doi.org/10.1080/02827581.2017.1296967>.
- Hyypä J., Kelle O., Lehikoinen M., Inkinen M. (2001). A segmentation-based method to retrieve stem volume estimates from 3-D tree height models produced by laser scanners. *IEEE transactions on geoscience and remote sensing: a publication of the IEEE Geoscience and Remote Sensing Society* 39: 969–975.
- Magnussen S., Breidenbach J. (2017). Model-dependent forest stand-level inference with and without estimates of stand-effects. *Forestry* : 1–11. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpx023>.
- Magnussen S., Breidenbach J. (2020). Retrieval of among-stand variances from one observation per stand. *Journal of forensic sciences* 66: 133–149. <https://doi.org/10.17221/141/2019-JFS>.
- Maltamo M., Hauglin M., Næsset E., Gobakken T. (2019). Estimating stand level stem diameter distribution utilizing harvester data and airborne laser scanning. *Silva Fennica* 53.
- Maltamo M., Ørka H.O., Bollandsås O.M., Gobakken T., Næsset E. (2015). Using pre-classification to improve the accuracy of species-specific forest attribute estimates from airborne laser scanner data and aerial images. *Scandinavian journal of forest research* 30: 336–345. <https://doi.org/10.1080/02827581.2014.986520>.
- Mammen E. (1993). Bootstrap and Wild Bootstrap for High Dimensional Linear Models. *Annals of statistics* 21: 255–285.
- McRoberts R.E., Næsset E., Gobakken T. (2013). Inference for lidar-assisted estimation of forest growing stock volume. *Remote sensing of environment* 128: 268–275.
- McRoberts R.E., Magnussen S., Tomppo E.O., Chirici G. (2011). Parametric, bootstrap, and jackknife variance estimators for the k-Nearest Neighbors technique with illustrations

- using forest inventory and satellite image data. *Remote sensing of environment* 115: 3165–3174.
- McRoberts R.E., Chen Q., Domke G.M., Ståhl G., Saarela S., Westfall J.A. (2016). Hybrid estimators for mean aboveground carbon per unit area. *Forest ecology and management* 378: 44–56. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2016.07.007>.
- McRoberts R.E., Næsset E., Gobakken T., Chirici G., Condés S., Hou Z. et al. (2018). Assessing components of the model-based mean square error estimator for remote sensing assisted forest applications. *Canadian journal of forest research. Journal canadien de la recherche forestiere* 48: 642–649. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2017-0396>.
- McRoberts R.E., Næsset E., Saatchi S., Liknes G.C., Walters B.F., Chen Q. (2019)a. Local validation of global biomass maps. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 83: 101931. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2019.101931>.
- McRoberts R.E., Næsset E., Liknes G.C., Chen Q., Walters B.F., Saatchi S. et al. (2019)b. Using a Finer Resolution Biomass Map to Assess the Accuracy of a Regional, Map-Based Estimate of Forest Biomass. *Surveys in Geophysics* 40: 1001–1015. <https://doi.org/10.1007/s10712-019-09507-1>.
- Næsset E. (1997)a. Determination of mean tree height of forest stands using airborne laser scanner data. *ISPRS journal of photogrammetry and remote sensing: official publication of the International Society for Photogrammetry and Remote Sensing* 52: 49–56. [https://doi.org/10.1016/S0924-2716\(97\)83000-6](https://doi.org/10.1016/S0924-2716(97)83000-6).
- Næsset E. (1997)b. Estimating timber volume of forest stands using airborne laser scanner data. *Remote sensing of environment* 61: 246–253.
- Næsset E. (2002)a. Determination of mean tree height of forest stands by digital photogrammetry. *Scandinavian journal of forest research / issued bimonthly by the Nordic Forest Research Cooperation Committee* 17: 446–459.
- Næsset E. (2002)b. Predicting forest stand characteristics with airborne scanning laser using a practical two-stage procedure and field data. *Remote sensing of environment* 80: 88–99. [https://doi.org/10.1016/S0034-4257\(01\)00290-5](https://doi.org/10.1016/S0034-4257(01)00290-5).
- Næsset E. (2004). Accuracy of forest inventory using airborne laser scanning: Evaluating the first Nordic full-scale operational project. *Scandinavian journal of forest research / issued bimonthly by the Nordic Forest Research Cooperation Committee* 19: 554–557. <https://doi.org/10.1080/02827580410019544>.
- Næsset E. (2007). Airborne laser scanning as a method in operational forest inventory: Status of accuracy assessments accomplished in Scandinavia. *Scandinavian journal of forest research / issued bimonthly by the Nordic Forest Research Cooperation Committee* 22: 433–442. <https://doi.org/10.1080/02827580701672147>.
- Næsset E. (2014). Area-based inventory in Norway--from innovation to an operational reality. In: Maltamo, M.; Næsset, E.; Vauhkonen, J. (Eds.), *Forestry Applications of Airborne Laser Scanning*, Springer, p.215–240.
- Næsset E., Gobakken T. (2008). Estimation of above- and below-ground biomass across regions of the boreal forest zone using airborne laser. *Remote sensing of environment* 112: 3079–3090. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2008.03.004>.
- Næsset E., Gobakken T., McRoberts R.E. (2019). A Model-Dependent Method for Monitoring Subtle Changes in Vegetation Height in the Boreal–Alpine Ecotone Using Bi-Temporal, Three Dimensional Point Data from Airborne Laser Scanning. *Remote Sensing* 11: 1804. <https://doi.org/10.3390/rs11151804>.
- Noordermeer L., Bollandsås O.M., Ørka H.O., Næsset E., Gobakken T. (2019). Comparing the accuracies of forest attributes predicted from airborne laser scanning and digital aerial photogrammetry in operational forest inventories. *Remote sensing of environment* 226: 26–37. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2019.03.027>.
- Pinheiro J., Bates D., DebRoy S., Sarkar D., R Core Team. (2020). nlme: Linear and

- Nonlinear Mixed Effects Models. .
- Pinheiro J.C., Bates D.M. (2000). *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. Springer, New York, 528p.
- Prasad N.G., Rao J.N.K. (1990). The estimation of the mean squared error of small-area estimators. *Journal of the American Statistical Association* 85: 163–171. <https://doi.org/10.1080/01621459.1990.10475320>.
- Quenouille M.H. (1949). Problems in Plane Sampling. *Annals of Mathematical Statistics* 20: 355–375.
- Särndal C.-E., Swensson B., Wretman J. (2003). *Model assisted survey sampling*. Springer Science & Business Media, .
- Scrucca L. (2013). GA: A Package for Genetic Algorithms in R. *Journal of Statistical Software, Articles* 53: 1–37. <https://doi.org/10.18637/jss.v053.i04>.
- Scrucca L. (2017). On Some Extensions to GA Package: Hybrid Optimisation, Parallelisation and Islands Evolution. *The R journal* 9: 187. <https://doi.org/10.32614/RJ-2017-008>.
- Snowdon P. (1991). A ratio estimator for bias correction in logarithmic regressions. *Canadian journal of forest research. Journal canadien de la recherche forestiere* 21: 720–724. <https://doi.org/10.1139/x91-101>.
- Ståhl G., Saarela S., Schnell S., Holm S., Breidenbach J., Healey S.P. et al. (2016). Use of models in large-area forest surveys: comparing model-assisted, model-based and hybrid estimation. *Forest Ecosystems* 3: 5. <https://doi.org/10.1186/s40663-016-0064-9>.
- Van der Wel F.J.M., Van der Gaag L.C., Gorte B.G.H. (1998). Visual exploration of uncertainty in remote-sensing classification. *Computers & geosciences* 24: 335–343. [https://doi.org/10.1016/S0098-3004\(97\)00120-9](https://doi.org/10.1016/S0098-3004(97)00120-9).
- Vauhkonen J., Ene L., Gupta S., Heinzl J., Holmgren J., Pitkänen J. et al. (2012). Comparative testing of single-tree detection algorithms under different types of forest. *Forestry* 85: 27–40. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpr051>.
- Wang H.-J., Riley W.J., Collins W.D. (2015). Statistical uncertainty of eddy covariance CO₂ fluxes inferred using a residual bootstrap approach. *Agricultural and Forest Meteorology* 206: 163–171. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2015.03.011>.
- Wayne Oldford R. (1985). Bootstrapping by monte carlo versus approximating the estimator and bootstrapping exactly: Cost and performance. *Communications in Statistics - Simulation and Computation* 14: 395–424. <https://doi.org/10.1080/03610918508812446>.